

Pemodelan Sistem Antrian Pasien RSJ Menur Menggunakan Timed Petri Net

Zumrotus Sya'diyah^{1*}, Ari Maulida Intahaya²

¹ Program Studi Pendidikan Matematika STKIP Gotong Royong Masohi, Indonesia

² Progam Studi Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Billfath Lamongan, Indonesia

zuma.yakuza@gmail.com

Diterima: 23-02-2026; Direvisi: 13-03-2026; Dipublikasi: 25-03-2026

Abstract

Queueing systems play an important role in operational management, particularly in healthcare services. Inefficient queue management can reduce service quality and patient satisfaction. This study aims to model the outpatient queueing system at Menur Mental Hospital, Surabaya, using a Timed Petri Net approach combined with Max-Plus Algebra. The data were obtained through a literature review and an interview with one outpatient clinic nurse at Menur Mental Hospital conducted in June 2025, which provided information on the stages of service and the average duration of each service process for BPJS outpatient patients. The Petri Net model represents the service flow graphically, while the Max-Plus Algebra formulation expresses the system dynamics in a recursive form. The resulting Max-Plus matrix describes the time dependency structure among service stages. Based on the transition duration analysis, the critical path of the system is identified in the polyclinic and pharmacy services with a total service time of 56 minutes, indicating these stages as potential bottlenecks. The proposed model provides a mathematical framework to evaluate system performance and support decision-making in improving the operational efficiency of outpatient services.

Keywords: Modeling; Queuing Systems; Timed Petri Nets

Abstrak

Sistem antrian memiliki peran penting dalam manajemen operasional, khususnya pada layanan kesehatan. Pengelolaan antrian yang tidak efisien dapat menurunkan kualitas layanan dan kepuasan pasien. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan sistem antrian rawat jalan di Rumah Sakit Jiwa Menur Surabaya menggunakan pendekatan Timed Petri Net yang dikombinasikan dengan Aljabar Max-Plus. Data diperoleh melalui studi literatur dan wawancara dengan salah satu perawat poli di Rumah Sakit Jiwa Menur Surabaya yang dilakukan pada Juni 2025, yang mencakup informasi mengenai tahapan pelayanan dan rata-rata durasi pelayanan pasien rawat jalan BPJS. Model Petri Net merepresentasikan alur pelayanan secara grafis, sedangkan formulasi Aljabar Max-Plus menyatakan dinamika sistem dalam bentuk rekursif. Matriks Max-Plus yang dihasilkan menggambarkan struktur ketergantungan waktu antar tahapan pelayanan. Berdasarkan analisis durasi transisi, jalur kritis sistem teridentifikasi pada layanan poliklinik dan farmasi dengan total waktu pelayanan 56 menit, yang menunjukkan tahapan tersebut sebagai potensi bottleneck. Model yang diusulkan memberikan kerangka matematis untuk mengevaluasi kinerja sistem dan mendukung pengambilan keputusan dalam meningkatkan efisiensi operasional layanan rawat jalan.

Kata Kunci: Pemodelan; Sistem Antrian; Timed Petri Net

1. PENDAHULUAN

Sistem antrian memegang peranan penting dalam pengelolaan manajemen operasional suatu instansi. Kondisi antrian terjadi ketika jumlah pengguna layanan melebihi

kapasitas fasilitas atau petugas yang tersedia untuk melayani. Antrian yang berlangsung dalam waktu lama dan membentuk barisan panjang berpotensi menimbulkan dampak negatif serta kerugian bagi pihak yang membutuhkan pelayanan. Hal ini dikarenakan terbuangnya waktu selama menunggu antrian. Selain itu, antrian yang terlalu panjang berpotensi menurunkan efektivitas operasional, mengurangi tingkat keuntungan, serta berdampak negatif terhadap persepsi dan kepuasan pelanggan (Al Bermanei et al., 2024; Maure & Rudhito, 2019; Rahman Pasaribu et al., 2025).

Hal yang sama dapat dijumpai pada sistem pelayanan di Rumah Sakit Jiwa Menur Surabaya. Dalam sistem pelayanan kesehatan, efisiensi manajemen antrian pasien merupakan faktor penting yang berdampak langsung pada kualitas pelayanan dan kepuasan pasien. Oleh karena itu, dibutuhkan pendekatan matematis yang mampu memodelkan sistem antrian tersebut secara lebih rinci dan efisien untuk mendukung pengambilan keputusan.

Pendekatan pemodelan menggunakan Petri Net yang dikombinasikan dengan Aljabar Max-Plus merupakan salah satu metode untuk mengevaluasi karakteristik dan kestabilan sistem antrian (Paulina Maure et al., 2021; Sulistyaningsih et al., 2020). Aljabar Max-Plus adalah suatu sistem aljabar yang didefinisikan pada himpunan bilangan real yang diperluas $\mathbb{R} \cup \{-\infty\}$, dengan operasi utama berupa maksimum (max) dan penjumlahan (plus) (Kurniawan & Suparwanto, 2020).

Petri Net merupakan alat pemodelan grafis dan matematis yang digunakan untuk menggambarkan sistem dinamis, khususnya sistem antrian, proses produksi, dan jaringan komputer. Melalui model ini, sistem yang kompleks dapat divisualisasikan secara lebih terstruktur sehingga lebih mudah dianalisis dan dipahami. Komponen utama dalam Petri Net, yaitu *place*, *transition*, dan *token*, berfungsi untuk menggambarkan kondisi sistem serta perubahan keadaan yang terjadi secara dinamis selama proses berlangsung. Metode pemodelan menggunakan Petri Net digunakan pada penelitian ini karena lebih mudah untuk dipahami dan dapat memvisualisasikan sistem antrian di Rumah Sakit Jiwa Menur Surabaya (Afif, 2024; Haneefa & Siswanto, 2021; Ragana Sakta & Rianti Helmi, 2022).

Beberapa penelitian sebelumnya telah memanfaatkan Petri Net dan Aljabar Max-Plus untuk memodelkan sistem antrian pada pelayanan kesehatan. Penelitian oleh Budiarta et al. (2025) memodelkan sistem antrian pelayanan rawat jalan di rumah sakit swasta di Yogyakarta menggunakan pendekatan Aljabar Max-Plus yang direpresentasikan melalui Petri Net. Sementara itu, Haneefa & Siswanto (2021) mengembangkan model Petri Net dan formulasi Aljabar Max-Plus pada sistem pelayanan rawat jalan di Klinik Solo Peduli Surakarta. Meskipun demikian, penelitian-penelitian tersebut masih berfokus pada sistem pelayanan rawat jalan di rumah sakit umum maupun klinik. Kajian mengenai pemodelan sistem antrian pada pelayanan kesehatan di rumah sakit jiwa dengan

pendekatan Petri Net dan Aljabar Max-Plus masih relatif terbatas. Selain itu, analisis terhadap dinamika dan kestabilan sistem antrian pada konteks pelayanan kesehatan mental belum banyak dilakukan.

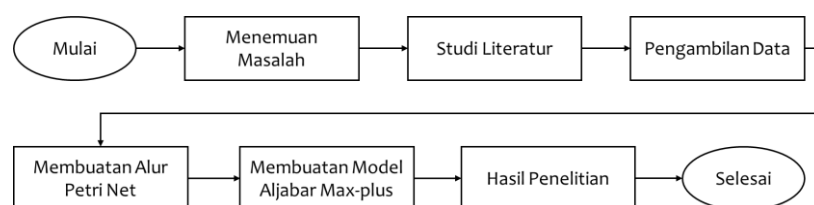
Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk membangun model sistem antrian pelayanan pasien di Rumah Sakit Jiwa Menur Surabaya menggunakan pendekatan Petri Net yang kemudian direpresentasikan dalam bentuk model Aljabar Max-Plus. Model yang dihasilkan diharapkan dapat memberikan gambaran mengenai dinamika serta karakteristik kestabilan sistem antrian pelayanan pasien sehingga dapat menjadi dasar evaluasi dalam meningkatkan efisiensi operasional pelayanan di rumah sakit.

Melalui penelitian ini, diharapkan dapat dibangun model yang menggambarkan sistem antrian di RSJ Menur Surabaya secara komprehensif, sehingga dapat membantu pihak rumah sakit dalam menganalisis perilaku dan kestabilan pada sistem antrian guna mengevaluasi dan mengoptimasi efisiensi operasionalnya.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan studi literatur yang diperoleh dari berbagai buku dan artikel ilmiah, serta didukung oleh data primer yang dikumpulkan melalui wawancara. Studi literatur dilakukan untuk memperoleh landasan teoritis mengenai sistem antrian, Timed Petri Net, dan Aljabar Max-Plus sebagai dasar dalam membangun model matematis sistem pelayanan. Data primer diperoleh melalui wawancara dengan salah satu perawat poli di Rumah Sakit Jiwa Menur Surabaya yang memahami alur pelayanan pasien rawat jalan. Wawancara dilakukan pada Juni 2025 untuk memperoleh informasi mengenai tahapan proses pelayanan pasien rawat jalan peserta BPJS serta rata-rata durasi pelayanan pada setiap tahapan. Informasi yang diperoleh kemudian digunakan untuk menyusun struktur sistem pelayanan yang akan dimodelkan..

Langkah-langkah penelitian dilakukan mulai dari identifikasi alur pelayanan, pemodelan sistem menggunakan Timed Petri Net, hingga penyusunan formulasi matematis dalam kerangka Aljabar Max-Plus, sebagaimana disajikan pada diagram alir penelitian.



Gambar 1. Flowcart Alur Penelitian

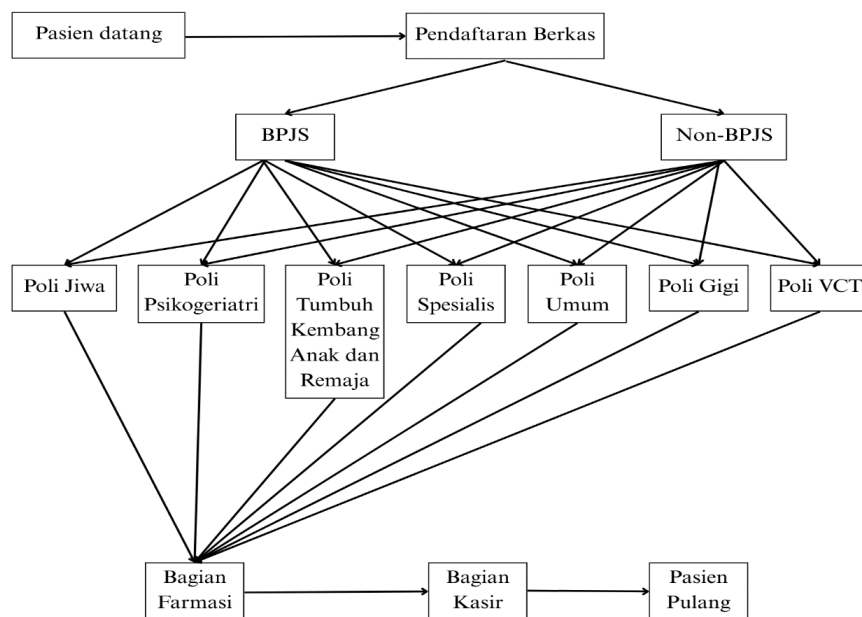
Sistem pelayanan rawat jalan dimodelkan menggunakan Timed Petri Net yang terdiri atas himpunan *place* (P), *transition* (T), *arc* (A), fungsi bobot (w), vektor penanda awal

(*initial marking vektor*), serta waktu tunggu (*holding time*) pada setiap *place*. *Place* merepresentasikan kondisi atau tahapan pelayanan, sedangkan transisi menyatakan perpindahan antar tahapan. *Holding time* pada setiap *place* menunjukkan durasi pelayanan yang harus dipenuhi sebelum suatu transisi dapat aktif. Struktur Timed Petri Net yang dibangun merepresentasikan alur pelayanan pasien dari tahap awal hingga selesai pelayanan (Grobelna & Karatkevich, 2021; Khairina et al., 2025; Sya'diyah, 2023).

Dinamika sistem yang telah direpresentasikan dalam bentuk Timed Petri Net selanjutnya diformulasikan menggunakan pendekatan Aljabar Max-Plus. Penyusunan model dilakukan berdasarkan struktur Timed Petri Net serta durasi pelayanan yang diperoleh dari data penelitian (Al Bermanei et al., 2024; Khotimah et al., 2024). Model ini digunakan untuk menganalisis dinamika waktu sistem serta mengidentifikasi jalur kritis pada proses pelayanan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

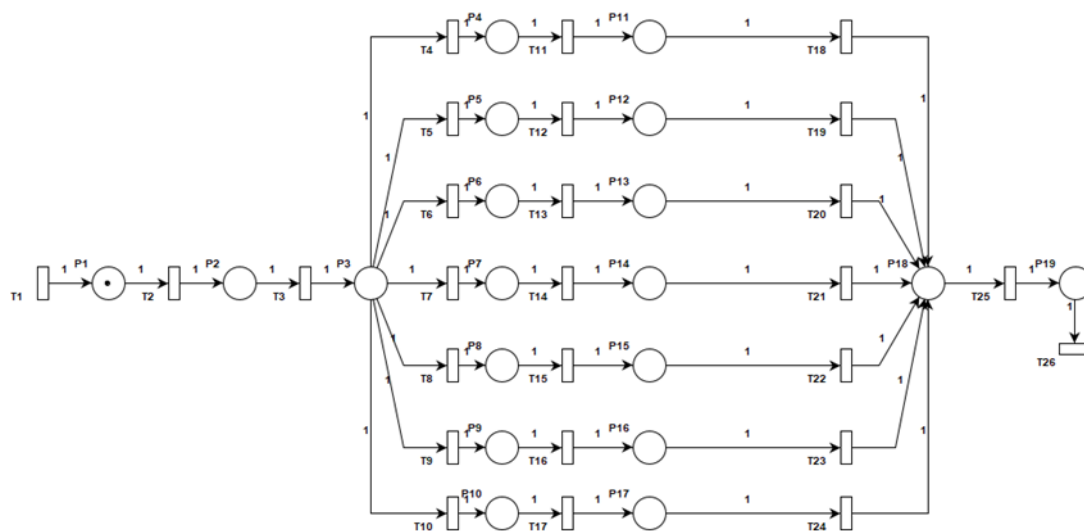
Temuan yang diperoleh melalui wawancara dan observasi lapangan memberikan deskripsi mengenai pola sistem antrian pelayanan pasien rawat jalan di Rumah Sakit Jiwa Menur. Alur pelayanan pasien rawat jalan pengguna BPJS disajikan pada Gambar 2.



Gambar 2. Skema mekanisme pelayanan pasien rawat jalan berbasis kepesertaan BPJS

Berdasarkan alur sistem antrian tersebut, selanjutnya dibangun model Petri Net yang merepresentasikan tahapan pelayanan pasien rawat jalan pengguna BPJS. Gambar 3 menyajikan struktur Petri Net yang terbentuk dari proses pemodelan. pendekatan Petri

Net banyak digunakan untuk memodelkan sistem pelayanan yang memiliki alur proses diskrit dan saling bergantung antar tahap pelayanan. Model ini mampu merepresentasikan hubungan antara kondisi sistem (*place*), perubahan keadaan (*transition*), serta aliran proses (*token*) secara terstruktur sehingga memudahkan analisis dinamika sistem pelayanan (Haneefa & Siswanto, 2021; Ragana Sakta & Rianti Helmi, 2022).



Gambar 3. Model Petri Net pada Sistem Pelayanan Antrian Pasien Rawat Jalan

Definisi *place* dan *transition* pada diagram Petri Net disajikan pada Tabel 1 dan Tabel 2.

Tabel 1. Definisi *Place*

<i>Place</i>	Deskripsi
P1	Pasien datang
P2	Pelayanan pendaftaran berkas
P3	Pelayanan pasien BPJS
P4	Antrian Poli Jiwa
P5	Antrian Poli Psikogeriatri
P6	Antrian Poli Tumbuh Kembang Anak & Remaja
P7	Antrian Poli Spesialis
P8	Antrian Poli Umum
P9	Antrian Poli Gigi
P10	Antrian Poli VCT
P11	Pelayanan Poli Jiwa
P12	Pelayanan Poli Psikogeriatri
P13	Pelayanan Poli Tumbuh Kembang Anak & Remaja
P14	Pelayanan Poli Spesialis
P15	Pelayanan Poli Umum
P16	Pelayanan Poli Gigi
P17	Pelayanan Poli VCT
P18	Pelayanan Bagian Farmasi
P19	Pelayanan Bagian Kasir

Tabel 2. Definisi *Transition*

<i>Transition</i>	Deskripsi
$V_{T1,k}$	Kondisi pasien datang
$V_{T2,k}$	Lama antrian pelayanan pendaftaran berkas
$V_{T3,k}$	Lama antrian pelayanan pasien BPJS
$V_{T4,k}$	Lama antrian Poli Jiwa
$V_{T5,k}$	Lama antrian Poli Psikogeriatri
$V_{T6,k}$	Lama antrian Poli Tumbuh Kembang Anak & Remaja
$V_{T7,k}$	Lama antrian Poli Spesialis
$V_{T8,k}$	Lama antrian Poli Umum
$V_{T9,k}$	Lama antrian Poli Gigi
$V_{T10,k}$	Lama antrian Poli VCT
$V_{T11,k}$	Mulai pelayanan Poli Jiwa
$V_{T12,k}$	Mulai pelayanan Poli Psikogeriatri
$V_{T13,k}$	Mulai pelayanan Poli Tumbuh Kembang Anak & Remaja
$V_{T14,k}$	Mulai pelayanan Poli Spesialis
$V_{T15,k}$	Mulai pelayanan Poli Umum
$V_{T16,k}$	Mulai pelayanan Poli Gigi
$V_{T17,k}$	Mulai pelayanan Poli VCT
$V_{T18,k}$	Selesai pelayanan Poli Jiwa
$V_{T19,k}$	Selesai pelayanan Poli Psikogeriatri
$V_{T20,k}$	Selesai pelayanan Poli Tumbuh Kembang Anak & Remaja
$V_{T21,k}$	Selesai pelayanan Poli Spesialis
$V_{T22,k}$	Selesai pelayanan Poli Umum
$V_{T23,k}$	Selesai pelayanan Poli Gigi
$V_{T24,k}$	Selesai pelayanan Poli VCT
$V_{T25,k}$	Kondisi antrian pada bagian kasir
$V_{T26,k}$	Pasien pulang

Indeks k pada setiap variabel menunjukkan urutan pasien ke- k yang memasuki sistem pelayanan rawat jalan. Dengan demikian, model Aljabar Max-Plus yang dibentuk bersifat *event-driven*, di mana setiap kejadian pelayanan pasien dipandang sebagai peristiwa diskrit, bukan sebagai fungsi waktu kontinu (Budiarta et al., 2025).

Berdasarkan hasil analisis, diperoleh formulasi Aljabar Max-Plus yang merepresentasikan setiap *place* sebagai berikut:

$$P1(k) = V_{T1,k} \otimes P1(k - 1)$$

$$P2(k) = V_{T2,k} \otimes P1(k) = V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k - 1)$$

$$P3(k) = V_{T3,k} \otimes P2(k) = V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k - 1)$$

$$P4(k) = V_{T4,k} \otimes P3(k) = V_{T4,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k - 1)$$

$$P5(k) = V_{T5,k} \otimes P3(k) = V_{T5,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k - 1)$$

$$P6(k) = V_{T6,k} \otimes P3(k) = V_{T6,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)$$

$$P7(k) = V_{T7,k} \otimes P3(k) = V_{T7,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)$$

$$P8(k) = V_{T8,k} \otimes P3(k) = V_{T8,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)$$

$$P9(k) = V_{T9,k} \otimes P3(k) = V_{T9,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)$$

$$P10(k) = V_{T10,k} \otimes P3(k) = V_{T10,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)$$

$$P11(k) = V_{T11,k} \otimes P4(k) = V_{T11,k} \otimes V_{T4,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)$$

$$P12(k) = V_{T12,k} \otimes P5(k) = V_{T12,k} \otimes V_{T5,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)$$

$$P13(k) = V_{T13,k} \otimes P6(k) = V_{T13,k} \otimes V_{T6,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)$$

$$P14(k) = V_{T14,k} \otimes P7(k) = V_{T14,k} \otimes V_{T7,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)$$

$$P15(k) = V_{T15,k} \otimes P8(k) = V_{T15,k} \otimes V_{T8,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)$$

$$P16(k) = V_{T16,k} \otimes P9(k) = V_{T16,k} \otimes V_{T9,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)$$

$$P17(k) = V_{T17,k} \otimes P10(k) = V_{T17,k} \otimes V_{T10,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)$$

$$\begin{aligned} P18(k) &= (V_{T18,k} \otimes P11(k)) \oplus (V_{T19,k} \otimes P12(k)) \oplus (V_{T20,k} \otimes P13(k)) \oplus (V_{T21,k} \otimes P14(k)) \\ &\quad \oplus (V_{T22,k} \otimes P15(k)) \oplus (V_{T23,k} \otimes P16(k)) \oplus (V_{T24,k} \otimes P17(k)) \\ &= (V_{T18,k} \otimes V_{T11,k} \otimes V_{T4,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)) \\ &\quad \oplus (V_{T19,k} \otimes V_{T12,k} \otimes V_{T5,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)) \\ &\quad \oplus (V_{T20,k} \otimes V_{T13,k} \otimes V_{T6,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)) \\ &\quad \oplus (V_{T21,k} \otimes V_{T14,k} \otimes V_{T7,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)) \\ &\quad \oplus (V_{T22,k} \otimes V_{T15,k} \otimes V_{T8,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)) \\ &\quad \oplus (V_{T23,k} \otimes V_{T16,k} \otimes V_{T9,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)) \\ &\quad \oplus (V_{T24,k} \otimes V_{T17,k} \otimes V_{T10,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P19(k) &= V_{T25,k} \otimes P19(k) \\
 &= V_{T25,k} \otimes ((V_{T18,k} \otimes V_{T11,k} \otimes V_{T4,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)) \\
 &\oplus (V_{T19,k} \otimes V_{T12,k} \otimes V_{T5,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)) \\
 &\oplus (V_{T20,k} \otimes V_{T13,k} \otimes V_{T6,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)) \\
 &\oplus (V_{T21,k} \otimes V_{T14,k} \otimes V_{T7,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)) \\
 &\oplus (V_{T22,k} \otimes V_{T15,k} \otimes V_{T8,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)) \\
 &\oplus (V_{T23,k} \otimes V_{T16,k} \otimes V_{T9,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)) \\
 &\oplus (V_{T24,k} \otimes V_{T17,k} \otimes V_{T10,k} \otimes V_{T3,k} \otimes V_{T2,k} \otimes V_{T1,k} \otimes P1(k-1)))
 \end{aligned}$$

Model ini mengindikasikan bahwa pelayanan farmasi belum terintegrasi dengan pelayanan poli, sehingga pelayanan farmasi baru dapat dimulai setelah seluruh pelayanan poli selesai. Akibatnya, waktu tunggu pasien untuk memperoleh obat menjadi lebih lama (De Schutter et al., 2020; Sulistyaningsih et al., 2020).

Apabila nilai durasi waktu setiap transisi yang digunakan dalam pemodelan disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Durasi Waktu Transisi

Variable	Durasi (menit)	Variabel	Durasi (menit)
$V_{T1,k}$	1	$V_{T14,k}$	20
$V_{T2,k}$	2	$V_{T15,k}$	20
$V_{T3,k}$	2	$V_{T16,k}$	20
$V_{T4,k}$	1	$V_{T17,k}$	20
$V_{T5,k}$	1	$V_{T18,k}$	30
$V_{T6,k}$	1	$V_{T19,k}$	30
$V_{T7,k}$	1	$V_{T20,k}$	30
$V_{T8,k}$	1	$V_{T21,k}$	30
$V_{T9,k}$	1	$V_{T22,k}$	30
$V_{T10,k}$	1	$V_{T23,k}$	30
$V_{T11,k}$	20	$V_{T24,k}$	30
$V_{T12,k}$	20	$V_{T25,k}$	5
$V_{T13,k}$	20	$V_{T26,k}$	1

Model sistem antrian pelayanan pasien rawat jalan dapat dituliskan dalam bentuk persamaan rekursif Aljabar Max-Plus sebagai:

$$P(k) = A \otimes P(k - 1) \tag{1}$$

dengan $P(k)$ merupakan vektor waktu kejadian pada setiap *place*, sedangkan matriks A merupakan matriks Aljabar Max-Plus yang merepresentasikan hubungan ketergantungan antar tahapan pelayanan (Budiarta et al., 2025; Komenda et al., 2018; Par et al., 2024).

Matriks A yang diperoleh menunjukkan bahwa seluruh alur pelayanan pasien bergantung pada waktu kedatangan awal pasien $P_1(k - 1)$, sehingga struktur sistem bersifat linier berantai dengan percabangan pada tahap pemilihan poli pelayanan. Struktur ketergantungan semacam ini umum dijumpai pada model sistem pelayanan berbasis Max-Plus, di mana waktu kedatangan awal menjadi pemicu utama yang menentukan dinamika seluruh proses pelayanan berikutnya (Budiarta et al., 2025; Komenda et al., 2018).

$$\begin{bmatrix} P_1(k) \\ P_2(k) \\ P_3(k) \\ P_4(k) \\ P_5(k) \\ P_6(k) \\ P_7(k) \\ P_8(k) \\ P_9(k) \\ P_{10}(k) \\ P_{11}(k) \\ P_{12}(k) \\ P_{13}(k) \\ P_{14}(k) \\ P_{15}(k) \\ P_{16}(k) \\ P_{17}(k) \\ P_{18}(k) \\ P_{19}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 3 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 5 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 6 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 6 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 6 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 6 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 6 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 6 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 6 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 26 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 26 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 26 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 26 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 26 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 26 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 26 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 56 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ 61 & \varepsilon & \dots & \varepsilon \end{bmatrix} \otimes P_1(k - 1)$$

Berdasarkan proses pemodelan yang dilakukan menggunakan pendekatan Aljabar Max-Plus, diperoleh suatu matriks yang merepresentasikan sistem antrian pelayanan pasien rawat jalan di Rumah Sakit Jiwa Menur. Berdasarkan nilai durasi transisi pada Tabel 3, diperoleh bahwa jalur pelayanan dengan waktu total terpanjang berasal dari tahapan pelayanan poli hingga bagian farmasi dan kasir. Dengan durasi pelayanan poli sebesar 20 menit dan durasi pelayanan farmasi sebesar 30 menit, maka waktu total jalur terpanjang (*critical path*) dalam sistem adalah sebesar 56 menit.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa layanan poli dan farmasi teridentifikasi sebagai komponen dengan tingkat kepadatan tertinggi yang menyebabkan terjadinya *bottleneck*

dalam sistem antrean rawat jalan di Rumah Sakit Jiwa Menur. Temuan ini sejalan dengan beberapa penelitian sebelumnya yang menunjukkan bahwa tahap pemeriksaan dokter dan pelayanan farmasi sering menjadi titik kepadatan utama dalam sistem pelayanan kesehatan karena tingginya waktu pelayanan dan keterbatasan sumber daya tenaga medis (Budiarta et al., 2025; Haneefa & Siswanto, 2021; Oyelere et al., 2017).

Berdasarkan analisis tersebut, keterlambatan pelayanan pasien terutama disebabkan oleh lamanya waktu pelayanan pada tahap poli dan farmasi. Oleh karena itu, peningkatan efisiensi pada tahapan tersebut, seperti penambahan tenaga medis atau optimalisasi jadwal pelayanan, berpotensi mengurangi waktu tunggu pasien secara signifikan.

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, sistem antrian pelayanan pasien rawat jalan di Rumah Sakit Jiwa Menur dapat dimodelkan menggunakan pendekatan Aljabar Max-Plus yang dibangun dari diagram Petri Net. Model yang diperoleh mampu merepresentasikan hubungan ketergantungan waktu antar tahapan pelayanan pasien rawat jalan pengguna BPJS.

Hasil analisis menunjukkan bahwa jalur pelayanan terpanjang (*critical path*) dalam sistem adalah sebesar 56 menit, yang berasal dari rangkaian pelayanan poli, farmasi, dan kasir, dengan durasi pelayanan masing-masing sekitar 20 menit pada poli, 30 menit pada farmasi, dan 5 menit pada kasir. Hasil ini menunjukkan bahwa pelayanan poli dan farmasi merupakan tahapan dengan tingkat kepadatan tertinggi yang berpotensi menjadi *bottleneck* dalam sistem antrian, sehingga peningkatan efisiensi pada tahapan tersebut dapat membantu mengurangi waktu tunggu pasien dan meningkatkan kualitas pelayanan.

5. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Rumah Sakit Jiwa Menur Surabaya atas fasilitasi dan penyediaan data dalam penelitian ini, serta kepada asisten penelitian yang telah membantu dalam proses pengolahan dan analisis data. Penelitian ini tidak menerima pendanaan khusus dari lembaga publik, komersial, maupun nirlaba.

6. REKOMENDASI

Berdasarkan hasil penelitian, pihak Rumah Sakit Jiwa Menur Surabaya disarankan untuk melakukan evaluasi dan optimalisasi pada tahapan pelayanan yang berada pada jalur kritis, khususnya pada poli dan farmasi, karena berpotensi menimbulkan keterlambatan dalam sistem pelayanan. Upaya perbaikan dapat dilakukan melalui pengaturan ulang alur layanan, peningkatan koordinasi antarbagian, serta pemanfaatan sistem berbasis teknologi untuk meningkatkan efisiensi waktu pelayanan. Untuk penelitian selanjutnya, model dapat dikembangkan dengan mempertimbangkan variasi

kedatangan pasien yang bersifat dinamis atau dengan mengintegrasikan metode optimasi lain guna memperoleh hasil yang lebih komprehensif.

7. REFERENSI

- Afif, A. (2024). Model Antrian Servis Handphone Menggunakan Petri Net dan Aljabar Max-Plus. *UJMC (Unisda Journal of Mathematics and Computer Science)*, 10(1), 78–84.
- Al Bermanei, H., Böling, J. M., & Högnäs, G. (2024). Modeling And Scheduling Of Production Systems By Using Max-Plus Algebra. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 36(1), 129–150. <https://doi.org/10.1007/s10696-023-09484-z>
- Budiarta, H. N. P., Adhiananta, B. K. P., & Rudhito, M. A. (2025). Max-plus Algebra Modeling for Outpatient Service Queues in Yogyakarta Private Hospitals. *Jurnal Absis: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika*, 8(1), 29–42. <https://doi.org/10.30606/absis.v8i1.2785>
- De Schutter, B., van den Boom, T., Xu, J., & Farahani, S. S. (2020). Analysis and Control of Max-Plus Linear Discrete-Event Systems: An Introduction. *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, 30(1), 25–54. <https://doi.org/10.1007/s10626-019-00294-w>
- Grobelna, I., & Karatkevich, A. (2021). Challenges in Application of Petri Nets in Manufacturing Systems. *Electronics (Switzerland)*, 10(18). <https://doi.org/10.3390/electronics10182305>
- Haneefa, G. P. T., & Siswanto. (2021). Petri Net Model and Max-Plus Algebra in Outpatient Care at Solo Peduli Clinic, Surakarta. *Journal of Physics: Conference Series*, 1776(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1776/1/012047>
- Khairina, I. N., A'yun, Q. Q., & Sandariria, H. (2025). Aplikasi Aljabar Max-Plus dan Petri Net dalam Penentuan Waktu Optimal Produksi Tempe di Pabrik Tempe Asli HB Samarinda. *Journal of Mathematics Education and Science*, 8(1), 38–49. <https://doi.org/10.32665/james.v8i1.4170>
- Khotimah, S. H., A'yun, Q. Q., & Wasono, W. (2024). Pemodelan Sistem Antrean Pelayanan Pembayaran Pajak Kendaraan Bermotor Menggunakan Petri Net dan Aljabar Max-Plus di Samsat MT Haryono Samarinda. *Journal of Mathematics Education and Science*, 7(1), 65–75. <https://doi.org/10.32665/james.v7i1.1935>
- Komenda, J., Lahaye, S., Boimond, J. L., & van den Boom, T. (2018). Max-Plus Algebra in The History of Discrete Event Systems. *Annual Reviews in Control*, 45, 240–249. <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2018.04.004>
- Kurniawan, A., & Suparwanto, A. (2020). Sistem Persamaan Linear Max-Plus Dan Terapannya Pada Sistem Jaringan Kereta Api. *Jurnal Matematika Thales (JMT)*, 02(01), 2020.
- Maure, O. P., & Rudhito, M. A. (2019). Model Aljabar Max-Plus Pada Sistem Antrian Pelayanan Penerbitan Surat Izin Usaha Perdagangan Bahan Berbahaya Max-Plus Algebra Model On Service Queue System Publishing Of Trade Materials License Hazardous Substances. In *Asimtot: Jurnal Kependidikan Matematika* (Vol. 139, Number 2).
- Oyelere, B. A., Raji, S. A., Oyeyemi, G. M., Salami, A. O., & Bello, F. W. (2017). Efficient Health Care Service Delivery Using Network Analysis: A Case Study of Kwara State, Nigeria.

Ethiopian Journal of Environmental Studies and Management, 10(2), 186.
<https://doi.org/10.4314/ejesm.v10i2.5>

- Par, Y. B. S., Manihuruk, S., & Rudhito, M. A. (2024). Pemodelan Dan Analisa Layanan Antrian Di SPBU Pertamina Giwangan Yogyakarta Dengan Menggunakan Aljabar Max-Plus Studi Kasus Data Empiris. *JES-MAT*, 10, 129–144.
- Paulina Maure, O., Purnama Ningsi, G., Aloysius Nay, F., Studi Matematika, P., Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, F., & San Pedro, U. (2021). Pemodelan Sistem Antrian Pasien Rawat Jalan Menggunakan Petri Net Dan Aljabar Max-Plus: Studi Kasus Rsu Di Yogyakarta. *Leibniz: Jurnal Matematika*, (2), 1–11.
- Ragana Sakta, R., & Rianti Helmi, M. (2022). Aljabar Max-Plus Serta Aplikasinya Pada Sistem Antrian. *Jurnal Matematika UNAND*, 11(4), 271–283.
- Rahman Pasaribu, Y., Vicky Maulana, M., Rizki Safiri, S., Qalbi, S., & Natasya Artaviana, D. (2025). Modeling Analysis and Queuing System at Mie Gacoan Restaurant. *JMI Jurnal Multidisiplin Indonesia*, 4, 371–383. <https://jmi.rivierapublishing.id/index.php/rp>
- Sulistyaningsih, T., Siswanto, & Pangadi. (2020). Petri Net Model and Max-Plus Algebra on Queue in Clinic UNS Medical Center. *Journal of Physics: Conference Series*, 1494(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1494/1/012004>
- Sya'diyah, Z. (2023). Max Plus Algebra Of Timed Petri Net For Modelling Single Server Queuing Systems. *BAREKENG: Journal of Mathematics and Its Applications*, 17(1), 155–164. <https://doi.org/10.30598/barekengvol17iss1pp0155-0164>