

Model Matematika terhadap Dinamika Kriminalitas di Provinsi Sumatera Utara

Rifka Annaria Sibuea^{1*}, Tri Andri Hutapea²

^{1,2} Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Medan, Medan

rifkaannariasibuea@mhs.unimed.ac.id

Diterima: 14-04-2026; Direvisi: 06-05-2026; Dipublikasi: 29-06-2026

Abstract

Crime is a social problem that can affect social, economic, and public security. Factors such as education, social interaction, and economic conditions have an important role in the spread of crime. This study aims to analyze the mathematical model of crime dynamics in North Sumatra Province which is divided into five sub-populations, namely SC_1C_2PR (*Susceptible, Criminal Suspect, Criminal Defendant, Prison, Recovered*) by considering the influence of educational programs in the spread of crime. The analysis was carried out in the form of determining the equilibrium point, calculating the basic reproduction number (R_0), and stability analysis using the linearization method and the Routh-Hurwitz criteria. Numerical simulations are performed using Matlab to describe the dynamics of the system. Based on the results of the analysis, the basic reproduction number $R_0 = 4,6415$ was obtained which means $R_0 > 1$, so that crime is in a constant condition and increasing (endemic). The model shows that effective and equitable educational program interventions (ε and φ) are able to reduce the crime dynamics rate, but it is not enough to achieve crime-free conditions without the role of restricting social interaction (τ_1 and τ_2), so other programs are needed to reduce the crime rate in North Sumatra.

Keywords: criminality; SC_1C_2PR model; education efficacy; stability analysis

Abstrak

Kriminalitas merupakan permasalahan sosial yang dapat memengaruhi stabilitas sosial, ekonomi, serta keamanan masyarakat. Faktor-faktor seperti pendidikan, interaksi sosial, dan kondisi ekonomi memiliki peran penting dalam penyebaran kriminal. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis model matematika dinamika kriminalitas di Provinsi Sumatera Utara yang dibagi kedalam lima sub populasi, yaitu SC_1C_2PR (*Susceptible, Criminal Suspect, Criminal Defendant, Prison, Recovered*) dengan mempertimbangkan pengaruh program edukasi dalam penyebaran kriminalitas. Analisis yang dilakukan berupa menentukan titik kesetimbangan, menghitung bilangan reproduksi dasar (R_0), serta analisis kestabilan menggunakan metode linierisasi dan kriteria Routh-Hurwitz. Simulasi numerik dilakukan menggunakan Matlab untuk menggambarkan dinamika sistem. Berdasarkan hasil analisis, diperoleh bilangan reproduksi dasar $R_0 = 4,6415$ yang berarti $R_0 > 1$, sehingga kriminalitas berada pada kondisi tetap ada dan meningkat (endemik). Model menunjukkan bahwa intervensi program edukasi yang efektif dan merata (ε dan φ) mampu menekan angka dinamika kriminalitas, namun belum cukup untuk mencapai kondisi bebas kriminal tanpa peran pembatasan interaksi sosial (τ_1 dan τ_2), sehingga dibutuhkan program lain dalam menurunkan angka kriminalitas di Sumatera Utara.

Kata Kunci: kriminalitas; model SC_1C_2PR ; efektivitas edukasi; analisis kestabilan

1. PENDAHULUAN

Kriminalitas atau *crime* merupakan tindakan yang melanggar norma hukum dan etika sosial, yang dilakukan oleh individu, kelompok, maupun komunitas. Pelanggaran ini tidak hanya merusak keseimbangan masyarakat, tetapi juga mengancam stabilitas keamanan nasional (Wicaksono, 2022). Penyebaran kriminalitas dapat secara nyata

diamati melalui data jumlah tindak kriminal di berbagai Provinsi di Indonesia. Di Indonesia, isu kriminalitas menjadi fenomena krusial yang terjadi secara masif di berbagai wilayah. Berdasarkan data Badan Pusat Statistik menunjukkan bahwa sepanjang tahun 2024, tercatat 408.168 perkara kriminalitas di Indonesia, dimana Provinsi Sumatera Utara berada pada urutan pertama tertinggi dengan jumlah 53.872 perkara. Faktor penyebab kriminalitas dapat berasal dari faktor internal, seperti kondisi ekonomi, ketenagakerjaan, dan kesejahteraan, maupun faktor eksternal, seperti pendidikan dan lingkungan pergaulan (Putra *et al.*, 2020).

Upaya dalam mencegah dan menanggulangi kriminalitas perlu ditingkatkan dalam menghambat pertumbuhan tindak kriminal salah satunya adalah optimalisasi edukasi hukum kepada masyarakat. Hal ini bertujuan untuk meningkatkan kesadaran masyarakat tentang hak dan kewajiban mereka serta memahami konsekuensi hukum dari tindakan kriminal. Edukasi hukum dapat dilakukan lewat penyuluhan, seminar, sosialisasi, workshop, dan penyebaran informasi melalui media massa (Humaida *et al.*, 2024). Hal ini dapat berperan dalam penguatan kriminologi hukum, terutama dalam strategi pencegahan tindak pidana. Penelitian ini menjadikan edukasi sebagai strategi alternatif dalam menekan angka kejahatan di Sumatera Utara. Dinamika pertumbuhan angka tindak kriminal serta efek dari strategi pencegahannya, yaitu edukasi dapat dianalisis secara matematis melalui pendekatan model matematika. Melalui pemodelan dinamika kriminalitas, pengaruh edukasi sebagai upaya pencegahan dapat diidentifikasi, dianalisis, dan dievaluasi tingkat keefektifannya dalam menekan angka kriminalitas. Hasil analisis model matematika dapat dijadikan dasar pertimbangan dalam perumusan kebijakan pencegahan kriminalitas yang lebih tepat sasaran.

Beberapa penelitian sebelumnya yang mengkaji dinamika kriminalitas seperti, Kwofie *et al.* (2023) merepresentasikan dinamika kriminalitas ke dalam bentuk model matematika. Penelitian ini memberikan program pendidikan sebagai parameter pengendalian dan menunjukkan bahwa kondisi bebas kriminal dapat dicapai ketika bilangan $\mathcal{R}_E < 1$. Selanjutnya, Idraputra *et al.* (2023) mengembangkan model dengan mempertimbangkan faktor ekonomi, peniruan kriminalitas, dan kebijakan kriminal dalam lima kompartemen, dengan hasil bahwa krisis ekonomi meningkatkan kriminalitas, namun dapat ditekan melalui kebijakan yang tepat. Sementara itu, Mataru *et al.* (2023) menyoroti pengangguran sebagai faktor utama dengan memasukkan pelatihan kejuruan dan lapangan kerja sebagai kontrol, yang terbukti lebih efektif dalam menekan kriminalitas jika diterapkan secara bersamaan.

Model dalam penelitian ini merupakan pengembangan dari model matematika yang dikemukakan oleh Kwofie *et al.* (2023), dimana model *SCPR* direkonstruksi dengan membagi kompartemen penjahat aktif atau *Criminal (C)* menjadi dua kompartemen, yaitu populasi *Criminal Suspect (C₁)* dan populasi *Criminal Defendant (C₂)*. Hal ini

dilakukan untuk merepresentasikan perbedaan karakteristik dari dinamika antar tahap dalam proses kriminalitas (*Criminal*). Selain dari membagi populasi *Criminal* menjadi dua populasi, model akan memperhatikan efektivitas edukasi. Penelitian ini merepresentasikan Dinamika Kriminalitas di Sumatera Utara ke dalam model matematika SC_1C_2PR , yaitu populasi rentan atau *Susceptible* (S), populasi terlapor atau *Criminal Suspect* (C_1), populasi terdakwa atau *Criminal Defendant* (C_2), populasi narapidana atau *Prison* (P), dan populasi pelaku kriminal yang menyelesaikan hukuman atau *Recovered* (R). Penelitian ini dilakukan untuk mengetahui kestabilan dan simulasi numerik dari model. Simulasi numerik dari model persamaan ini akan disimulasikan dengan menggunakan MATLAB. Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan gambaran terkait dinamika kriminalitas.

2. METODE PELAKSANAAN

Penelitian ini merupakan studi teoritis berbasis pemodelan matematika yang dilakukan melalui studi literatur terhadap beberapa penelitian mengenai model matematika dinamika kriminalitas. Model yang dikembangkan Adalah modifikasi model yang dikenalkan oleh Kwofie *et al.* (2023), dengan menambahkan kompartemen dari $SCPR$ menjadi SC_1C_2PR . Penelitian ini menggunakan data sekunder, yang diperoleh langsung dari Kantor Wilayah Direktorat Jenderal Pemasarakatan Sumatera Utara dan website Badan Pusat Statistik. Data yang digunakan dalam penelitian ini mencakup informasi yang tercatat dalam periode waktu satu tahun yakni tahun 2024. Prosedur penelitian meliputi melakukan studi literatur, menentukan asumsi awal dan variabel, melakukan modifikasi model matematika kriminalitas, menentukan titik kesetimbangan, menentukan bilangan reproduksi dasar (R_0), melakukan analisis kestabilan titik kesetimbangan model matematika kriminalitas, melakukan simulasi numerik untuk melihat dinamika kriminalitas, melakukan analisis atau interpretasi terhadap hasil simulasi, dan penarikan kesimpulan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

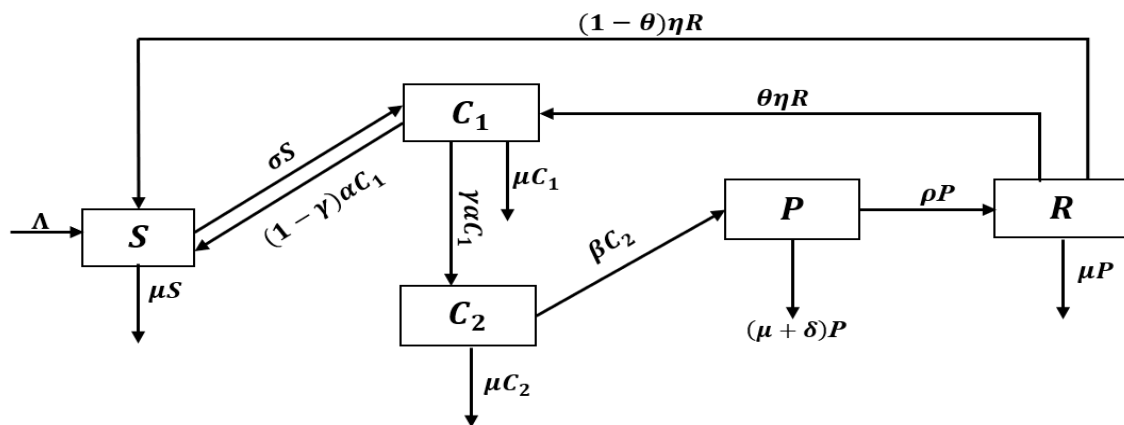
3.1 Modifikasi Model Dinamika Kriminalitas dengan Pengaruh Edukasi

Model dinamika kriminalitas pada penelitian ini mengacu pada model $SCPR$ yang dikenalkan oleh Kwofie *et al.* (2023). populasi terbagi menjadi lima subpopulasi, yakni *Susceptible* (S) atau individu yang rentan melakukan tindak kriminal, *Criminal Suspect* (C_1) atau individu yang dilaporkan dan diduga melakukan suatu tindak kriminal, *Criminal Defendant* (C_2) atau individu yang terbukti melakukan tindak kriminal, *Prison* (P) atau individu yang dijatuhi hukuman penjara, dan *Recovered* (R) individu yang telah menyelesaikan hukuman. Adapun asumsi-asumsi dalam membentuk model dinamika penyebaran kriminalitas SC_1C_2PR sebagai berikut:

1. Individu yang masuk ke dalam subpopulasi S adalah individu dengan rentang usia 10 tahun ke atas.

2. Program edukasi berperan dalam menghambat individu S melakukan tindak kriminal. Individu S menjadi individu C_1 ketika terdapat interaksi yang efektif dengan individu C_1 maupun C_2 yang diukur dengan $\sigma = \frac{(1 - \varepsilon\phi)(\tau_1 C_1 + \tau_2 C_2)}{N}$, dimana σ adalah laju individu S yang dilaporkan melakukan tindak kriminal.
3. Individu C_1 yang telah terbukti melakukan tindak kriminal akan berpindah ke C_2 , sedangkan apabila tidak ditemukan bukti yang cukup untuk dinyatakan bersalah, maka individu yang dilaporkan akan kembali ke subpopulasi S .
4. Individu P diasumsikan memiliki keterbatasan interaksi dengan individu S , sehingga tidak berpengaruh terhadap peningkatan kriminalitas baru.
5. Individu R memiliki kemungkinan residivisme, yaitu kembali melakukan tindak kriminal. Sedangkan yang tidak residivisme akan kembali ke S .
6. Tidak terdapat imigrasi maupun emigrasi dalam populasi. Populasi bersifat tertutup, sehingga perubahan populasi hanya terjadi akibat rekrutmen baru (Λ) dan kematian (μ, δ).
7. Kematian yang disebabkan oleh faktor lain selain hukuman pidana mati dianggap sebagai kematian alami.

Berdasarkan asumsi model, maka skema dinamika kriminalitas dengan efek edukasi dideskripsikan sebagai berikut.



Gambar 1. Skema Model Dinamika Kriminalitas

Berdasarkan Gambar 1, maka diperoleh persamaan model matematika sebagai berikut.

$$\frac{dS}{dt} = \Lambda + (1 - \theta)\eta R + (1 - \gamma)\alpha C_1 - \frac{(1 - \varepsilon\phi)(\tau_1 C_1 + \tau_2 C_2)}{N} S - \mu S \tag{1}$$

$$\frac{dC_1}{dt} = \frac{(1 - \varepsilon\phi)(\tau_1 C_1 + \tau_2 C_2)}{N} S + \theta\eta R - (1 - \gamma)\alpha C_1 - \gamma\alpha C_1 - \mu C_1 \tag{2}$$

$$\frac{dC_2}{dt} = \gamma\alpha C_1 - \beta C_2 - \mu C_2 \tag{3}$$

$$\frac{dP}{dt} = \beta C_2 - \rho P - \mu P - \delta P \quad (4)$$

$$\frac{dR}{dt} = \rho P - \theta \eta R - (1 - \theta) \eta R - \mu R \quad (5)$$

Dengan $N(t) = S(t) + C_1(t) + C_2(t) + P(t) + R(t)$ merupakan jumlah populasi. Maka laju perubahan jumlah populasi individu yaitu:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dS}{dt} + \frac{dC_1}{dt} + \frac{dC_2}{dt} + \frac{dP}{dt} + \frac{dR}{dt}$$

$$\frac{dN}{dt} = \Lambda - \mu(S + C_1 + C_2 + P + R) - \delta P = \Lambda - N\mu - \delta P$$

Untuk $\frac{dN}{dt} = 0$ diperoleh laju pertumbuhan populasi yaitu $N = \frac{\Lambda - \delta P}{\mu}$. Jika $\sigma = 0$

sehingga diperoleh $P = 0$, maka $N = \frac{\Lambda}{\mu}$ yang berarti tidak adanya tindakan kriminalitas

pada populasi. Sehingga, dapat didefinisikan domain untuk Sistem 4.1, yakni:

$$D = \left\{ (S, C_1, C_2, P, R) \in \mathfrak{R}_+^5 : 0 \leq N \leq \frac{\Lambda}{\mu} \right\}$$

Definisi variabel dan parameter yang digunakan dalam model di atas disajikan dalam Tabel 1 dan Tabel 2 berikut:

Tabel 1. Definisi Variabel Model Dinamika Kriminalitas SC_1C_2PR

Variabel	Keterangan	Syarat
$S(t)$	Individu yang rentan melakukan tindak kriminal	$S(t) \geq 0$
$C_1(t)$	Individu yang telah dilaporkan dan diduga melakukan suatu tindak kriminal	$C_1(t) \geq 0$
$C_2(t)$	Individu yang telah terbukti melakukan tindak kriminal	$C_2(t) \geq 0$
$P(t)$	Individu yang dijatuhi hukuman penjara (narapidana)	$P(t) \geq 0$
$R(t)$	Individu yang telah menyelesaikan hukuman atau bebas	$R(t) \geq 0$
$N(t)$	Total populasi	$0 \leq N \leq \frac{\Lambda}{\mu}$

Tabel 2. Definisi Parameter Model Dinamika Kriminalitas SC_1C_2PR

Parameter	Keterangan	Syarat
Λ	Laju rekrutmen	$\Lambda \geq 0$
μ	Laju kematian alami	$\mu \geq 0$
δ	Laju kematian akibat hukuman mati	$\delta \geq 0$
α	Laju individu terlapor atau yang diduga melakukan kriminal menjadi terdakwa maupun kembali ke rentan	$\alpha \geq 0$
β	Laju terdakwa yang mendapatkan hukuman penjara	$\beta \geq 0$
ρ	Laju individu yang telah menyelesaikan masa hukuman	$\rho \geq 0$

	penjara	
η	Laju individu bebas yang kembali menjadi pelaku kriminal (residivisme) maupun yang kembali ke rentan	$\eta \geq 0$
σ	Laju individu rentan yang dilaporkan melakukan tindak kriminal	$\sigma \geq 0$
τ_1	Laju kontak efektif individu rentan dengan individu terlapor	$\tau_1 \geq 0$
τ_2	Laju kontak efektif individu rentan dengan individu terdakwa	$\tau_2 \geq 0$
ε	Efektivitas program intervensi edukasi	$0 \leq \varepsilon \leq 1$
γ	Proporsi individu yang terbukti melakukan tindak kriminal	$0 \leq \gamma \leq 1$
θ	Proporsi individu residivisme	$0 \leq \theta \leq 1$
ϕ	Proporsi individu yang tidak terpengaruh melakukan kriminal akibat program edukasi	$0 \leq \phi \leq 1$

3.2 Titik Kesetimbangan Model Dinamika Kriminalitas SC_1C_2PR

Analisis titik kesetimbangan pada sistem persamaan diferensial digunakan untuk menentukan suatu solusi yang tidak berubah terhadap waktu (solusi konstan). Titik (S, C_1, C_2, P, R) merupakan titik kesetimbangan dari model jika memenuhi:

$$\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dC_1}{dt} = 0, \frac{dC_2}{dt} = 0, \frac{dP}{dt} = 0, \frac{dR}{dt} = 0$$

Dengan menyelesaikan persamaan secara bersamaan maka akan diperoleh dua titik kesetimbangan bebas kriminal (E_0) dan titik kesetimbangan tak bebas kriminal (E_1).

1. Titik Kesetimbangan Bebas Kriminal

$$E_0 = (S^*, C_1^*, C_2^*, P^*, R^*) = \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0, 0, 0, 0 \right)$$

2. Titik Kesetimbangan Adanya Kriminal

$$E_1 = (S^*, C_1^*, C_2^*, P^*, R^*) = \left(\frac{N^* ((\alpha + \mu)(\mu + \delta + \rho)(\eta + \mu)(\beta + \mu) - \theta\eta\rho\beta\gamma\alpha)}{(\mu + \delta + \rho)(\eta + \mu)(\beta + \mu)(1 - \varepsilon\phi)(\tau_1(\beta + \mu) + \tau_2\gamma\alpha)}, \frac{(\mu S^* - \Lambda)(\mu + \delta + \rho)(\eta + \mu)(\beta + \mu)}{\eta\rho\beta\gamma\alpha + (\gamma\alpha - \mu)(\mu + \delta + \rho)(\eta + \mu)(\beta + \mu)}, \frac{\gamma\alpha C_1^*}{\beta + \mu}, \frac{\beta C_2^*}{(\rho + \mu + \delta)}, \frac{\rho P^*}{(\eta + \mu)} \right)$$

3.3 Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Bilangan reproduksi dasar didefinisikan sebagai nilai harapan banyaknya populasi rentan menjadi terinfeksi yang disebabkan oleh individu *infected* (Sitinjak & Hutapea, 2023). Bilangan reproduksi dasar (R_0) ditentukan melalui pendekatan *Next Generation*

Matrix. Pada model SC_1C_2PR , subpopulasi yang dianggap sebagai penyebar atau sumber pengaruh kriminalitas adalah *Criminal Suspect* (C_1) dan *Criminal Defendant* (C_2), karena keduanya berperan dalam menularkan kembali perilaku kriminal kepada kelompok *Susceptible* (S). Bilangan reproduksi dasar (R_0) ditentukan menggunakan Persamaan $\frac{dC_1}{dt}$ dan $\frac{dC_2}{dt}$. Kemudian persamaan tersebut dibuat ke dalam matriks Jacobian (Cain, 2010), seperti berikut:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{(1-\varepsilon\phi)\tau_1 S}{N} - (\alpha + \mu) & \frac{(1-\varepsilon\phi)\tau_2 S}{N} \\ \gamma\alpha & -(\beta + \mu) \end{bmatrix}$$

Selanjutnya lakukan dekomposisi matriks Jacobian (J) menjadi $J = F - V$. Dimana F merupakan matriks transmisi dan V merupakan matriks transisi, yaitu:

$$F = \begin{bmatrix} \frac{(1-\varepsilon\phi)\tau_1 S}{N} & \frac{(1-\varepsilon\phi)\tau_2 S}{N} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ dan } V = \begin{bmatrix} (\alpha + \mu) & 0 \\ -\gamma\alpha & (\beta + \mu) \end{bmatrix}$$

Berdasarkan (Dieckmann & Heesterbeek, 2002), bilangan R_0 diperoleh dari:

$$R_0 = \rho(FV^{-1}) = \det(FV^{-1} - \lambda I) = 0$$

$$\begin{bmatrix} \frac{(1-\varepsilon\phi)\tau_1 S}{N(\alpha + \mu)} + \frac{(1-\varepsilon\phi)\tau_2 S\gamma\alpha}{N(\alpha + \mu)(\beta + \mu)} - \lambda & \frac{(1-\varepsilon\phi)\tau_2 S}{N(\beta + \mu)} \\ 0 & -\lambda \end{bmatrix} = 0$$

Diperoleh, $\lambda = 0$ dan $\lambda = \frac{(1-\varepsilon\phi)\tau_1 S}{N(\alpha + \mu)} + \frac{(1-\varepsilon\phi)\tau_2 S\gamma\alpha}{N(\alpha + \mu)(\beta + \mu)}$

Substitusikan titik kesetimbangan bebas kriminal (E_0).

$$\text{Maka, } R_0 = \frac{(1-\varepsilon\phi)}{\alpha + \mu} \left(\tau_1 + \frac{\tau_2\gamma\alpha}{\beta + \mu} \right).$$

3.4 Analisis Kestabilan

Analisis kestabilan dilakukan untuk mengetahui apakah solusi bersifat stabil atau tidak. Analisis kestabilan ditentukan berdasarkan nilai eigen dari matriks Jacobian yang diperoleh melalui metode linierisasi sistem persamaan diferensial model epidemik SC_1C_2PR di sekitar titik kesetimbangan bebas kriminal dan adanya kriminal.

1. Kestabilan Titik Kesetimbangan Bebas Kriminal

Matriks Jacobian E_0 diperoleh sebagai berikut:

$$J(\mathbf{E}_0) = \begin{bmatrix} -\mu & (1-\gamma)\alpha - (1-\varepsilon\varphi)\tau_1 & -(1-\varepsilon\varphi)\tau_2 & 0 & (1-\theta)\eta \\ 0 & (1-\varepsilon\varphi)\tau_1 - (\alpha + \mu) & (1-\varepsilon\varphi)\tau_2 & 0 & \theta\eta \\ 0 & \gamma\alpha & -(\beta + \mu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta & -(\mu + \delta + \rho) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho & -(\eta + \mu) \end{bmatrix}$$

Berdasarkan matriks $J(\mathbf{E}_0)$ di atas, nilai eigen diperoleh dengan menyelesaikan persamaan karakteristik berikut (Anton & Rorres, 2013):

$$\det(\lambda I - J(\mathbf{E}_0)) = 0$$

Misalkan, $a_1 : (1-\gamma)\alpha$, $a_2 : (1-\varepsilon\varphi)\tau_1$, $a_3 : (\alpha + \mu)$, $a_4 : (1-\varepsilon\varphi)\tau_2$, $a_5 : (\beta + \mu)$, $a_6 : (\mu + \delta + \rho)$, $a_7 : (1-\theta)\eta$, dan $a_8 : (\eta + \mu)$.

Maka diperoleh hasil dari $\det(\lambda I - J(\mathbf{E}_0)) = 0$, yang disederhanakan menjadi:

$$(\lambda + \mu)(\lambda^4 + b_3\lambda^3 + b_2\lambda^2 + b_1\lambda + b_0) = 0 \quad (6)$$

Dimana:

$$b_0 = -a_2a_5a_6a_8 + a_3a_5a_6a_8 - a_4a_6a_8\gamma\alpha + \gamma\alpha\beta\rho\theta\eta$$

$$b_1 = -a_2a_5a_6 + a_3a_5a_6 - a_2a_3a_8 - a_2a_6a_8 + a_3a_5a_8 + a_3a_6a_8 + a_5a_6a_8 - a_4a_6\gamma\alpha - a_4a_8\gamma\alpha$$

$$b_2 = -a_2a_5 - a_2a_6 + a_3a_5 + a_3a_6 - a_2a_8 + a_3a_8 + a_5a_6 + a_5a_8 + a_6a_8 - a_4\gamma\alpha$$

$$b_3 = a_3 - a_2 + a_5 + a_6 + a_8$$

Titik kesetimbangan bebas kriminal akan stabil, jika semua nilai eigen dari matriks $J(\mathbf{E}_0)$ mempunyai bagian real negatif (Finizio & Ladas, 1982). Berdasarkan Persamaan karakteristik (6), diperoleh satu nilai eigen dari matriks $J(\mathbf{E}_0)$, yaitu $\lambda_1 = -\mu < 0$. Sementara nilai eigen lainnya diperoleh dengan menggunakan kriteria Routh Hurwitz. Berdasarkan kriteria tersebut, $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$, dan λ_5 akan bernilai negatif apabila memenuhi syarat berikut, yaitu: $b_0, b_1b_2b_3 > 0$, $b_3b_2 - b_1 > 0$, dan $b_1b_2b_3 - b_1^2 - b_3^2b_0 > 0$. Jika syarat tersebut terpenuhi, maka titik kesetimbangan bebas kriminal bersifat stabil asimtotik.

2. Kestabilan Titik Kesetimbangan Adanya Kriminal

Matriks Jacobian E_1 diperoleh sebagai berikut:

$$J(\mathbf{E}_1) = \begin{bmatrix} -\left(\frac{(1-\varepsilon\phi)(\tau_1 C_1^* + \tau_2 C_2^*)}{N} + \mu\right) & (1-\gamma)\alpha - \frac{(1-\varepsilon\phi)\tau_1 S^*}{N} & -\frac{(1-\varepsilon\phi)\tau_2 S^*}{N} & 0 & (1-\theta)\eta \\ \frac{(1-\varepsilon\phi)(\tau_1 C_1^* + \tau_2 C_2^*)}{N} & \frac{(1-\varepsilon\phi)\tau_1 S^*}{N} - (\alpha + \mu) & \frac{(1-\varepsilon\phi)\tau_2 S^*}{N} & 0 & \theta\eta \\ 0 & \gamma\alpha & -(\beta + \mu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta & -(\mu + \delta + \rho) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho & -(\eta + \mu) \end{bmatrix}$$

Berdasarkan matriks $J(\mathbf{E}_1)$ di atas, nilai eigen diperoleh dengan menyelesaikan persamaan karakteristik berikut:

$$\det(\lambda I - J(\mathbf{E}_1)) = 0$$

Misalkan, $a_1 : \frac{(1-\varepsilon\phi)\tau_1}{N}$, $a_2 : \frac{(1-\varepsilon\phi)\tau_2}{N}$, $a_3 : (1-\gamma)\alpha$, $a_4 : (\alpha + \mu)$, $a_5 : \gamma\alpha$, $a_6 : (\beta + \mu)$, $a_7 : (\mu + \delta + \rho)$, $a_8 : (1-\theta)\eta$, $a_9 : \theta\eta$, dan $a_{10} : (\eta + \mu)$.

Maka diperoleh hasil dari $\det(\lambda I - J(\mathbf{E}_1)) = 0$, yang disederhanakan menjadi:

$$\lambda^5 + b_4 \lambda^4 + b_3 \lambda^3 + b_2 \lambda^2 + b_1 \lambda + b_0 = 0 \quad (7)$$

Dimana:

$$b_0 = \mu a_4 a_6 a_7 a_{10} - \mu a_5 a_9 \beta \rho - a_1 a_3 a_6 a_7 a_{10} C_1^* + a_1 a_4 a_6 a_7 a_{10} C_1^* - a_2 a_3 a_6 a_7 a_{10} C_2^* + a_2 a_4 a_6 a_7 a_{10} C_2^* - a_1 a_5 a_8 \beta \rho C_1^* - a_1 a_5 a_9 \beta \rho C_1^* - a_2 a_5 a_8 \beta \rho C_2^* - a_2 a_5 a_9 \beta \rho C_2^* - \mu a_1 a_6 a_7 a_{10} S^* - \mu a_2 a_5 a_7 a_{10} S^*$$

$$b_2 = \mu a_4 a_6 + \mu a_4 a_7 + \mu a_6 a_7 + \mu a_4 a_{10} + \mu a_6 a_{10} + \mu a_7 a_{10} + a_4 a_6 a_7 + a_4 a_6 a_{10} + a_4 a_7 a_{10} + a_6 a_7 a_{10} - a_1 a_3 a_6 C_1^* - a_1 a_3 a_7 C_1^* + a_1 a_4 a_6 C_1^* + a_1 a_4 a_7 C_1^* - a_2 a_3 a_6 C_2^* - a_2 a_3 a_7 C_2^* + a_2 a_4 a_6 C_2^* - a_1 a_3 a_{10} C_1^* + a_1 a_6 a_7 C_1^* + a_2 a_4 a_7 C_2^* + a_1 a_4 a_{10} C_1^* - a_2 a_3 a_{10} C_2^* + a_2 a_6 a_7 C_2^* + a_1 a_6 a_{10} C_1^* + a_2 a_4 a_{10} C_2^* + a_1 a_7 a_{10} C_1^* + a_2 a_6 a_{10} C_2^* + a_2 a_7 a_{10} C_2^* - \mu a_1 a_6 S^* - \mu a_2 a_5 S^* - \mu a_1 a_7 S^* - \mu a_1 a_{10} S^* - a_1 a_6 a_7 S^* - a_2 a_5 a_7 S^* - a_1 a_6 a_{10} S^* - a_2 a_5 a_{10} S^* - a_1 a_7 a_{10} S^*$$

$$b_3 = \mu a_4 + \mu a_6 + \mu a_7 + \mu a_{10} + a_4 a_6 + a_4 a_7 + a_6 a_7 + a_4 a_{10} + a_6 a_{10} + a_7 a_{10} - a_1 a_3 C_1^* + a_1 a_4 C_1^* - a_2 a_3 C_2^* + a_1 a_6 C_1^* + a_2 a_4 C_2^* + a_1 a_7 C_1^* + a_2 a_6 C_2^* + a_2 a_7 C_2^* + a_1 a_{10} C_1^* + a_2 a_{10} C_2^* - \mu a_1 S^* - a_1 a_6 S^* + a_2 a_5 S^* - a_1 a_7 S^* - a_1 a_{10} S^*$$

$$b_4 = \mu + a_4 + a_6 + a_7 + a_{10} - a_1 S^* + a_1 C_1^* + a_2 C_2^*$$

Titik kesetimbangan adanya kriminal akan stabil, jika semua nilai eigen dari matriks $J(\mathbf{E}_1)$ mempunyai bagian real negatif. Untuk mencari nilai eigen dari persamaan karakteristik (7) dapat dilakukan dengan menggunakan kriteria Routh Hurwitz. Berdasarkan kriteria Routh Hurwitz $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$, dan λ_5 akan bernilai negatif apabila memenuhi syarat berikut, yaitu: $b_4 > 0$, $b_4 b_3 - b_2 > 0$, $b_2 b_4 b_3 - b_2^2 - b_4^2 b_1 + b_0 b_2 > 0$, dan $(b_2 b_4 b_3 - b_2^2 - b_4^2 b_1 + b_0 b_2)(b_4 b_1 - b_0) - (b_4 b_3 b_0 - b_2 b_0)(b_4^2 b_3 + b_2 b_4) > 0$. Jika syarat tersebut terpenuhi, maka titik kesetimbangan adanya kriminal bersifat stabil asimtotik (Sumardi, 2022).

3.5 Simulasi Numerik

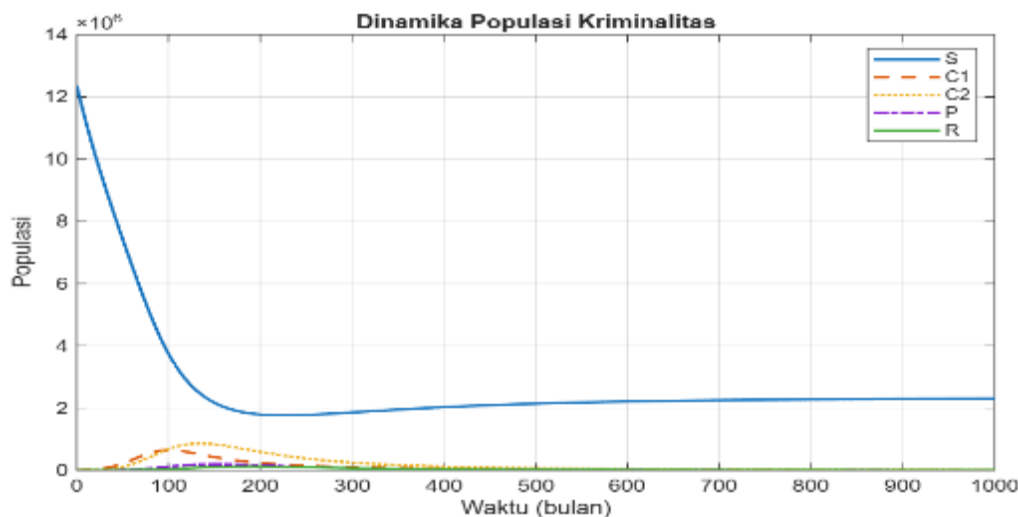
Pada bagian ini, dilakukan simulasi numerik menggunakan *software* Matlab untuk melihat dinamika populasi kriminalitas dengan menggunakan nilai awal yaitu $S = 12.382.600$, $C_1 = 5.184$, $C_2 = 837$, $P = 546$, $R = 266$, dan nilai parameter pada Tabel 3.

Tabel 3. Nilai-nilai Parameter

Parameter	Nilai	Sumber
Λ	28.408	Estimasi
μ	0,0122	Estimasi
δ	0,0265	Estimasi
α	0,1522	Estimasi
β	0,0141	Estimasi
ρ	0,0204	Estimasi
η	0,0162	Estimasi
τ_1	0,2256	Asumsi
τ_2	0,4512	Asumsi
ε	0,43	Kwofie <i>et al.</i> (2023)
γ	0,29	Estimasi
θ	0,257	Estimasi
φ	0,52	Kwofie <i>et al.</i> (2023)

Berdasarkan nilai parameter di atas, diperoleh nilai bilangan reproduksi dasar $R_0 = 4,6415$ artinya $R_0 > 0$. Diperoleh titik kesetimbangan bebas kriminal $\mathbf{E}_0 = (2328524,59; 0; 0; 0; 0)$ dan titik kesetimbangan adanya kriminal $\mathbf{E}_1 = (6,8295; 2,2689; 3,8078; 0,9085; 0,6526)$. Pada subbab sebelumnya dijelaskan bahwa akar-akar dari Persamaan karakteristik (4) bernilai negatif jika memenuhi kriteria Routh Hurwitz yang ada. Berdasarkan simulasi nilai parameter, diperoleh nilai dari kriteria Routh Hurwitz yaitu, $b_4 = 0,2613 > 0$, $b_4 b_3 - b_2 = 0,0176 > 0$, $b_2 b_4 b_3 - b_2^2 - b_4^2 b_1 + b_0 b_2 = 0,000556 > 0$, dan $(b_2 b_4 b_3 - b_2^2 - b_4^2 b_1 + b_0 b_2)(b_4 b_1 - b_0) - (b_4 b_3 b_0 - b_2 b_0)(b_4^2 b_3 + b_2 b_4) = 0,00000586 > 0$. Hal ini menunjukkan bahwa kriteria Routh Hurwitz terpenuhi, maka semua nilai eigen dari matriks Jacobi di sekitaran titik kesetimbangan \mathbf{E}_1 memiliki bagian real negatif. Dengan demikian, titik kesetimbangan adanya kriminal bersifat stabil asimtotik lokal, artinya penyebaran perilaku kriminal dapat berkembang secara berkelanjutan dalam masyarakat. Maka perlu strategi pengendalian yang efektif untuk menekan angka penyebaran kriminalitas. Intervensi

yang dilakukan yakni dengan program edukasi guna mengendalikan laju individu yang rentan dapat terpengaruh menjadi pelaku kriminal. Adapun hasil simulasi dinamika kriminalitas di Sumatera Utara dilihat dari Gambar 2 berikut:



Gambar 2. Grafik Simulasi Dinamika Kriminalitas di Sumatera Utara

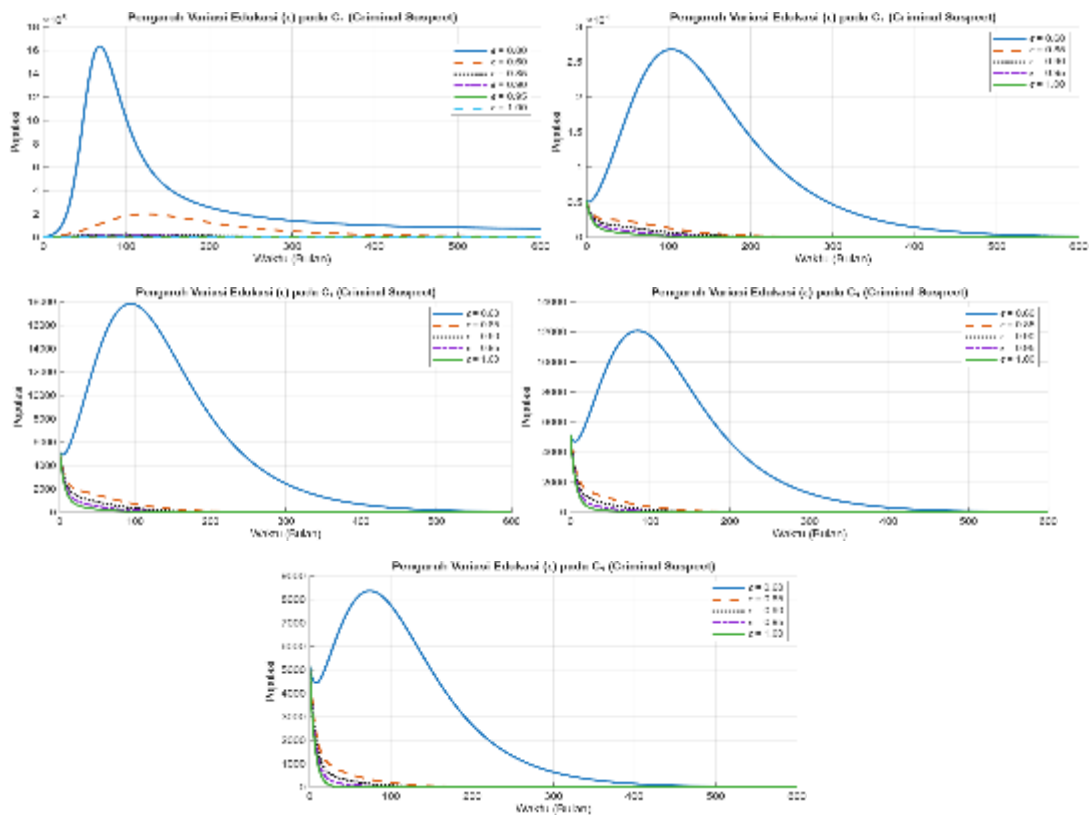
Berdasarkan hasil simulasi ini menunjukkan bahwa kriminalitas tidak dapat dihilangkan sepenuhnya dari lingkungan, namun dapat dikendalikan dengan adanya program edukasi. Maka, untuk mengetahui pengaruh dari program edukasi sebagai intervensi terhadap penyebaran tindak kriminal, dilakukan variasi nilai pada parameter efektivitas program intervensi edukasi (ε). Parameter ini ditujukan untuk mengurangi peluang individu *susceptible* (S) terlibat dalam aktivitas kriminal dan juga untuk melihat pengaruh edukasi dalam menekan dinamika kriminalitas dibandingkan dengan kondisi ketika kriminalitas berkembang secara alami tanpa adanya intervensi sosial yang efektif. Pada variasi ini, nilai yang berubah adalah nilai parameter ε dan φ , sedangkan parameter lainnya tetap sama dengan nilai pada Tabel 3. Nilai-nilai parameter yang digunakan disajikan dalam Tabel 4 berikut:

Tabel 4. Nilai R_0 pada variasi ε dan φ

$\varepsilon \backslash \varphi$	0,6	0,85	0,9	0,95	1
0	5,9783	5,9783	5,9783	5,9783	5,9783
0,6	3,8261	2,9294	2,7500	2,5707	2,3913
0,85	2,9294	1,6590	1,4049	1,1508	0,8967
0,9	2,7500	1,4049	1,1359	0,8668	0,5978
0,95	2,5707	1,1508	0,8668	0,5829	0,2989
1	2,3913	0,8967	0,5978	0,2989	0,0000

Kombinasi parameter ε dan φ yang tinggi memberikan dampak paling efektif dalam menekan laju penyebaran kriminalitas. Ketika upaya edukasi dilakukan dengan efektif dan mampu menjangkau serta memengaruhi lebih banyak individu untuk

menghindari perilaku kriminal, nilai R_0 dapat ditekan hingga di bawah 1. Berdasarkan tabel di atas, berikut disajikan grafik hasil simulasi perubahan nilai ε dan φ .



Gambar 3. Pengaruh variasi ε dan φ terhadap dinamika kriminalitas pada populasi C_1

Secara keseluruhan, peningkatan ε saat $\varphi = 1$ menunjukkan bahwa edukasi yang sangat efektif dapat menurunkan laju perpindahan antar populasi kriminal dan mengurangi jumlah pelaku kriminal. Namun, kondisi tersebut sulit dicapai karena adanya keterbatasan, seperti tidak meratanya penerimaan edukasi dan keterbatasan sumber daya. Oleh karena itu, edukasi saja belum cukup untuk menekan perilaku angka kriminal karena kontak sosial dengan palaku masih menjadi jalur penyebaran.

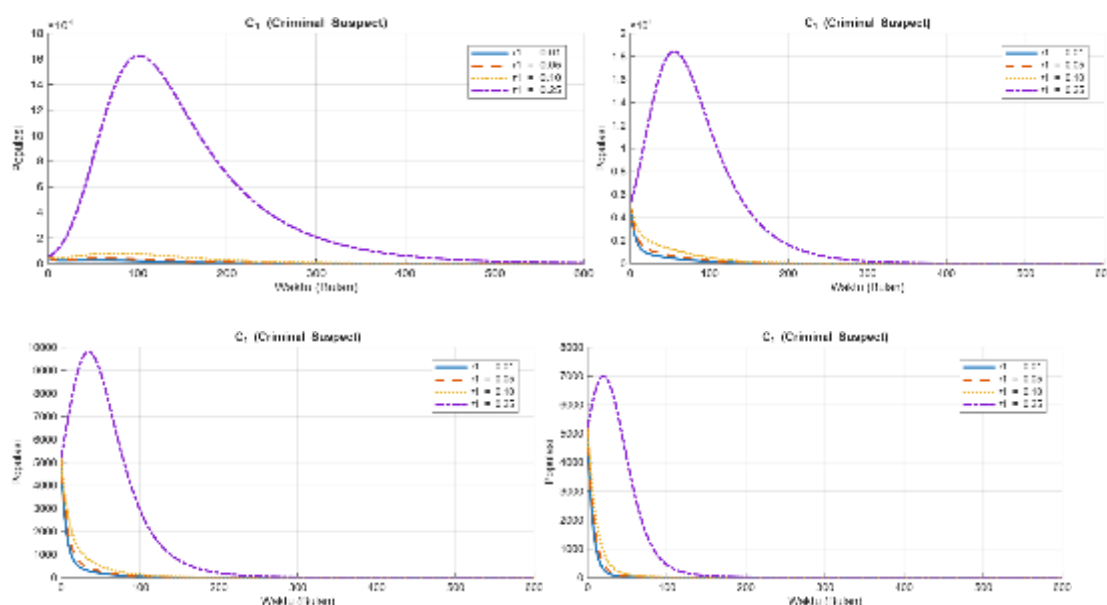
Selanjutnya dilakukan variasi terhadap parameter τ_1 dan τ_2 , dengan parameter lainnya tetap menggunakan nilai pada simulasi awal berdasarkan Tabel 3. Variasi ini dilakukan untuk menganalisis bagaimana perubahan laju τ_1 dan τ_2 memengaruhi dinamika penyebaran kriminalitas yang disajikan dalam Tabel 5 berikut.

Tabel 5. Nilai R_0 pada variasi τ_1 dan τ_2

$\tau_1 \backslash \tau_2$	0,01	0,05	0,1	0,25
0,01	0,1265	0,4435	0,8398	2,0287
0,05	0,3154	0,6324	1,0287	2,2176
0,1	0,5515	0,8686	1,2648	2,4537

0,25	1,2599	1,5769	1,9732	3,1621
-------------	--------	--------	--------	--------

Hasil ini menunjukkan bahwa kedua laju kontak (τ_1 dan τ_2), memiliki pengaruh terhadap peningkatan R_0 . Dibandingkan dengan Tabel 4, dimana R_0 dapat menurun apabila dilakukan peningkatan efektivitas edukasi dan proporsi yang terpengaruh edukasi, hasil dari Tabel 5 menegaskan bahwa pembatasan interaksi dengan pelaku kriminal juga berpengaruh dalam menekan penyebaran kriminalitas. Berdasarkan hasil analisis pada Tabel 5, pola pengaruh parameter τ_1 dan τ_2 terhadap dinamika penyebaran kriminalitas, dilakukan simulasi numerik yang disajikan pada gambar berikut.



Gambar 4. Pengaruh τ_1 dan τ_2 terhadap dinamika kriminalitas pada populasi C_1

Berdasarkan hasil simulasi, peningkatan parameter ε dan φ secara konsisten menurunkan nilai R_0 . Pada nilai ε yang tetap, peningkatan φ menyebabkan penurunan R_0 . Seperti saat ($\varepsilon = 0,3$) peningkatan φ dari 0 menjadi 1 menyebabkan penurunan nilai R_0 dari 5,9783 menjadi 4,1848. Sementara itu, peningkatan laju efektivitas ε memperbesar dampak penurunan R_0 akibat φ . Terlihat bahwa mencapai $R_0 < 1$ hanya mungkin pada tingkat ε yang tinggi, yakni ketika ($\varepsilon = 0,9$), R_0 mencapai nilai 0,8668 saat ($\varphi = 0,95$). Kemudian ketika ($\varepsilon = 0,95$), R_0 mencapai nilai 0,8668 saat ($\varphi = 0,9$) dan ketika ($\varepsilon = 1$), R_0 mencapai nilai 0,8967 pada ($\varphi = 0,85$). Hal tersebut menunjukkan bahwa efektivitas edukasi ε adalah faktor pendorong utama untuk menekan R_0 di bawah ambang batas 1, dan memiliki korelasi dengan proporsi kepatuhan sosial φ .

Variasi parameter τ_1 dan τ_2 menunjukkan peran intensitas kontak sosial antarpelaku dalam penyebaran kriminalitas. Peningkatan τ_1 menyebabkan kenaikan R_0 dan lonjakan populasi kriminal pada fase awal waktu. Sebaliknya, penurunan τ_1 di bawah 0,05 secara efektif menekan nilai R_0 hingga mendekati atau di bawah satu, terutama

ketika disertai dengan tingkat edukasi sedang ($\varepsilon = 0,43$). Artinya, τ_1 dapat memberikan dampak penyebaran kriminalitas yang lebih besar. Sementara itu, parameter τ_2 yang merepresentasikan pengaruh populasi terdakwa (C_2) terhadap individu rentan, ketika τ_2 diturunkan dari 0,25 menjadi 0,01, nilai R_0 menurun signifikan, menunjukkan bahwa pengendalian kontak dengan individu yang telah terlibat dalam sistem hukum dapat memperlambat transmisi perilaku kriminal ke masyarakat umum. Kombinasi edukasi yang efektif, kepatuhan sosial yang tinggi, dan rendahnya intensitas kontak dengan pelaku kriminal merupakan kondisi yang paling efektif dalam menekan kriminalitas. Oleh karena itu, edukasi menjadi intervensi yang paling penting karena dapat meningkatkan ketahanan masyarakat terhadap perilaku menyimpang sekaligus menghambat proses penyebaran sosial kriminalitas.

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang diperoleh pada bab sebelumnya, dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Analisis dinamik model dinamika kriminalitas di Sumatera Utara pada populasi SC_1C_2PR memperoleh hasil:

- a. Titik kesetimbangan bebas kriminal $E_0 = (S^*, C_1^*, C_2^*, P^*, R^*) = \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0, 0, 0, 0\right)$.

Analisis kestabilan pada titik kesetimbangan bebas kriminal tidak stabil berdasarkan kriteria Routh Hurwitz, artinya populasi tidak akan kembali ke kondisi tanpa kriminalitas.

- b. Titik kesetimbangan adanya kriminal $E_1 = (S^*, C_1^*, C_2^*, P^*, R^*) =$

$$\left(\frac{N^*((\alpha+\mu)(\mu+\delta+\rho)(\eta+\mu)(\beta+\mu)-\theta\eta\rho\beta\gamma\alpha)}{(\mu+\delta+\rho)(\eta+\mu)(\beta+\mu)(1-\varepsilon\phi)(\tau_1(\beta+\mu)+\tau_2\gamma\alpha)}, \frac{(\mu S^* - \Lambda)(\mu+\delta+\rho)(\eta+\mu)(\beta+\mu)}{\eta\rho\beta\gamma\alpha + (\gamma\alpha - \mu)(\mu+\delta+\rho)(\eta+\mu)(\beta+\mu)}, \frac{\gamma\alpha C_1^*}{\beta+\mu}, \frac{\beta C_2^*}{\rho+\mu+\delta}, \frac{\rho P^*}{\eta+\mu} \right)$$

Analisis kestabilan pada titik kesetimbangan adanya kriminal bersifat stabil asimtotik lokal berdasarkan kriteria Routh Hurwitz, yang berarti sistem secara bertahap akan menuju keadaan adanya kriminalitas yang stabil seiring waktu.

- c. Bilangan reproduksi dasar yang diperoleh adalah $R_0 = 4,6415 > 1$, sehingga kriminalitas di Sumatera Utara berada pada kondisi tetap ada.

2. Hasil simulasi numerik menggunakan MATLAB menunjukkan bahwa edukasi (ε) efektif menurunkan laju perpindahan individu dari populasi *Susceptible* (S) ke *Criminal Suspect* (C_1). Semakin tinggi nilai ε , semakin rendah jumlah individu yang masuk ke populasi kriminal. Simulasi juga menunjukkan bahwa peningkatan proporsi individu yang menerima edukasi (ϕ) menurunkan jumlah individu pada populasi C_1 , C_2 , P dan R . Selain itu, penurunan laju kontak efektif (τ_1 dan τ_2) turut menekan penyebaran kriminalitas, dengan pengaruh (τ_1) lebih besar dibandingkan (τ_2). Hasil menunjukkan bahwa program edukasi yang efektif dan merata dapat menekan dinamika kriminalitas, tetapi belum cukup untuk mencapai kondisi bebas

kriminal tanpa disertai pembatasan interaksi dengan individu terlapor dan terdakwa. Oleh karena itu, strategi pengendalian jangka panjang tetap diperlukan untuk menekan kriminalitas secara berkelanjutan di Sumatera Utara.

5. REKOMENDASI

Penelitian selanjutnya disarankan dapat mengembangkan model dengan mempertimbangkan faktor lain seperti pengangguran atau kemiskinan dalam penyebaran perilaku kriminal. Selain itu, dapat diterapkan pendekatan pengendalian lainnya sebagai strategi yang lebih efektif dalam menurunkan angka kriminal, serta melakukan analisis sensitivitas untuk mengetahui parameter mana yang paling berpengaruh terhadap dinamika kriminalitas.

6. REFERENSI

- Anton, H., & Rorres, C. (2013). *Elementary linear algebra: Applications version*. New York, NY: John Wiley & Sons.
- Badan Pusat Statistik. (2018). *Profil kemiskinan Kota Semarang*. Semarang: Badan Pusat Statistik Kota Semarang.
- Badan Pusat Statistik. (2023). *Statistik kriminalitas 2023*. Jakarta: Badan Pusat Statistik.
- Cain, J., Reynolds, A., & Angela. (2010). *Nonlinear incidence and the dynamics of infectious disease models*. African Institute of Mathematical Sciences.
- Daharis, A., Herlina, S., Suningrat, N., & Rahman, Y. S. (2024). Hak-hak tersangka dan terdakwa dalam proses persidangan. *Jurnal Kolaboratif Sains*, 7(6), 2207–2214.
- Dieckmann, O., & Heesterbeek, J. P. (2000). *Mathematical epidemiology of infectious diseases*. In *Wiley Series in Mathematical and Computational Biology*. Wiley West Sussex.
- Finizio, N., & Ladas, G. E. (1982). *An introduction to differential equations, with difference equations, Fourier series and partial differential equations*. Wadsworth, Inc.
- Humaida, N. P., Vany, A. A. P., Ashari, C., Marthalena, I., & Herawati, L. N. K. (2024). Peran penting edukasi hukum dan penegakan hukum yang konsisten dalam mencegah tindak penganiayaan berdasarkan KUHP Pasal 466–470. *Lentera Ilmu*, 1(1), 156–166.
- Indraputra, M. A., Triska, A., & Anggriani, N. (2023). Model penyebaran kriminalitas dengan pengaruh kebijakan kriminal sebagai pencegahan pada situasi krisis ekonomi. *Jurnal Lebesgue: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Matematika dan Statistika*, 4(2), 949–961.
- Kwofie, T., Dogbatsey, M., & Moore, S. E. (2023). Curtailing crime dynamics: A mathematical approach. *Frontiers in Applied Mathematics and Statistics*, 8, 1086745.
- Mataru, B., Abonyo, O. J., & Malonza, D. (2023). Mathematical model for crimes in developing countries with some control strategies. *Journal of Applied Mathematics*, 2023, 8699882.
- Putra, A. D., Martha, G. S., Fikram, M., & Yuhan, R. J. (2020). Faktor-faktor yang memengaruhi tingkat kriminalitas di Indonesia tahun 2018. *Indonesian Journal of Applied Statistics*, 3(2), 123–131.
- Sitinjak, N., & Hutapea, T. A. (2023). *Stability Analysis of Mathematical Models of Toxoplasmosis Spread in Cat and Human Populations with Time Delay*.

- Sumardi, S. R. (2022). Pengantar Sistem Dinamik. Diakses 28 April 2025, dari <https://fliphtml5.com/petck/aqkj>.
- Wicaksono, A. S. (2023). Analisis pengaruh faktor ekonomi terhadap kriminalitas di kabupaten/kota daerah istimewa Yogyakarta. *Jurnal Kebijakan Ekonomi dan Keuangan*, 50–57.