

Penerapan Metode Kuadratur Gauss-Legendre dalam Estimasi Akumulasi Curah Hujan Harian DAS Bengawan Solo

Linda Agustin Widyawati Lestari¹, Mukaromah Mafaza^{1*}, Ari Wibowo²

¹ Mahasiswa Tadris Matematika, FIT, UIN Raden Mas Said Surakarta, Surakarta

² Tadris Matematika, FIT, UIN Raden Mas Said Surakarta, Surakarta

* mukaromahmafaza818@gmail.com

Abstract

This study applies the Gauss-Legendre Quadrature method with order variations $n = 2$ to $n = 6$ to calculate discrete daily rainfall accumulation at the Jurug 2 Station of BBWS Bengawan Solo during the period of March 17 - April 15, 2026, which is directly relevant to the major flooding event in Solo Raya on April 14 - 15, 2026. The method adaptation was carried out through interval transformation using the formula $x_i = 15t_i + 16$ and linear interpolation to obtain function values at non-integer evaluation points, with all computations implemented using Microsoft Excel. The actual rainfall accumulation value of 353.5 mm was used as the error reference. The calculation results show that the estimates for each order are 293.222 mm ($n = 2$; error 17.05%), 78.114 mm ($n = 3$; error 77.90%), 289.299 mm ($n = 4$; error 18.16%), 252.338 mm ($n = 5$; error 28.62%), and 414.449 mm ($n = 6$; error 17.24%). The error convergence pattern is non-monotonic and deviates from theoretical expectations due to the non-smooth characteristics of daily rainfall data with 13 zero-value days. Order $n = 2$ produces the smallest error, although this advantage is situational. The study concludes that simultaneous cross-order validation is more reliable than applying a single order to support flood early warning systems.

Keywords: Gauss-Legendre; numerical integration; daily rainfall; Bengawan Solo watershed; error convergence

Abstrak

Penelitian ini menerapkan metode Kuadratur Gauss-Legendre dengan variasi orde $n = 2$ hingga $n = 6$ untuk menghitung akumulasi curah hujan harian diskrit di Pos Jurug 2 BBWS Bengawan Solo pada periode 17 Maret - 15 April 2026, yang memiliki relevansi langsung dengan kejadian banjir besar Solo Raya pada 14 - 15 April 2026. Adaptasi metode dilakukan melalui transformasi interval menggunakan formula $x_i = 15t_i + 16$ dan interpolasi linear untuk mendapatkan nilai fungsi pada titik evaluasi non-integer, dengan seluruh komputasi diimplementasikan menggunakan Microsoft Excel. Nilai aktual akumulasi curah hujan sebesar 353,5 mm digunakan sebagai referensi galat. Hasil perhitungan menunjukkan estimasi masing-masing orde adalah 293,222 mm ($n = 2$; galat 17,05%), 78,114 mm ($n = 3$; galat 77,90%), 289,299 mm ($n=4$; galat 18,16%), 252,338 mm ($n = 5$; galat 28,62%), dan 414,449 mm ($n = 6$; galat 17,24%). Pola konvergensi galat bersifat non-monoton dan menyimpang dari ekspektasi teoritis akibat karakteristik non-smooth data curah hujan harian dengan 13 hari bernilai nol. Orde $n = 2$ menghasilkan galat terkecil, meskipun keunggulan ini bersifat situasional. Penelitian menyimpulkan bahwa validasi lintas orde secara simultan lebih andal dibandingkan penerapan orde tunggal untuk mendukung sistem peringatan dini banjir.

Kata Kunci: Gauss-Legendre; integrasi numerik; curah hujan harian; DAS Bengawan Solo; konvergensi galat

1. PENDAHULUAN

Curah hujan merupakan variabel klimatologi paling krusial dalam siklus hidrologi karena secara langsung memengaruhi ketersediaan air, perencanaan irigasi, serta sistem

mitigasi bencana hidrometeorologi (Setiyowati & Ariska, 2024). Indonesia, sebagai negara kepulauan dengan kondisi fisiografis yang sangat kompleks, memiliki variasi pola curah hujan yang tinggi antara satu wilayah dengan wilayah lainnya. Di Pulau Jawa khususnya, pola curah hujan didominasi oleh tipe monsun yang menciptakan perbedaan kontras antara musim hujan dan musim kemarau (Siswanto et al., 2022). Seiring dengan fenomena perubahan iklim global, intensitas kejadian curah hujan ekstrem di Indonesia diproyeksikan cenderung meningkat di masa mendatang, yang pada gilirannya memperbesar risiko bencana banjir (Nurlatifah et al., 2023).

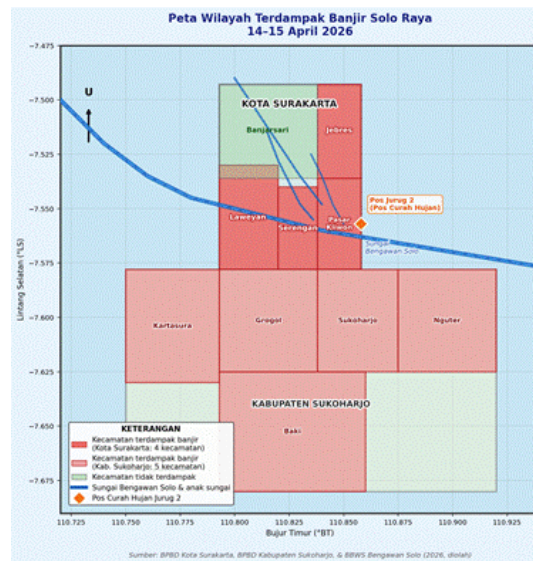
DAS Bengawan Solo merupakan salah satu daerah aliran sungai terpanjang di Pulau Jawa yang mencakup wilayah administratif Jawa Tengah dan Jawa Timur, dengan karakteristik hidrologi yang sangat dinamis dan tingkat kerawanan banjir yang tinggi (Pamungkas et al., 2025). Jaringan pemantauan curah hujan di wilayah Solo Raya mencakup beberapa pos yang tersebar di berbagai kecamatan, antara lain Pos Jurug 2 di Kecamatan Jebres, Pos Laweyan di Kecamatan Laweyan, Pos Banjarsari di Kecamatan Banjarsari, serta Pos Serengan di Kecamatan Serengan. Variasi nilai curah hujan antarkecamatan ini penting untuk dipahami, mengingat intensitas hujan di satu kecamatan belum tentu sama dengan kecamatan lainnya meskipun dalam waktu yang bersamaan. Oleh karena itu, pemantauan dan penghitungan akumulasi curah hujan yang presisi menjadi kebutuhan yang sangat mendesak di kawasan ini.

Urgensi penelitian ini semakin menguat dengan terjadinya banjir besar yang melanda wilayah Solo Raya pada 14 - 15 April 2026. Hujan deras berintensitas tinggi yang mengguyur kawasan tersebut sejak malam hari Selasa, 14 April 2026, menyebabkan Sungai Bengawan Solo beserta anak-anak sungainya seperti Kali Jenes, Kali Mranggen, dan Kali Pepe meluap dan merendam permukiman warga. Berdasarkan data BPBD Kota Surakarta, banjir tersebut merendam 12 kelurahan di empat kecamatan Laweyan, Pasar Kliwon, Serengan, dan Jebres dengan ketinggian air 20 - 50 sentimeter, berdampak pada 988 keluarga, dan menyebabkan 109 jiwa mengungsi. Di Kabupaten Sukoharjo, banjir melanda 19 desa di lima kecamatan dengan lebih dari 1.900 jiwa terdampak dan sedikitnya 28 fasilitas pendidikan yang terendam (Kompas, 15 April 2026; CNN Indonesia, 15 April 2026; BPBD Jawa Tengah, 15 April 2026).



Gambar 1. Kondisi banjir luapan Sungai Bengawan Solo di Kabupaten Sukoharjo, 15 April 2026. Sumber: ANTARA FOTO/Maulana Surya (diakses dari cnnindonesia.com, 15 April 2026)

BPBD Jateng Gercep Tangani Banjir Solo Raya, dari Evakuasi Hingga Kebut
Pompanisasi Pemerintah Provinsi Jawa Tengah



Gambar 2. Peta sebaran wilayah terdampak banjir Solo Raya, 14-15 April 2026 (area berwarna merah = wilayah terendam banjir)

Sumber: BPBD Kota Surakarta & BPBD Kabupaten Sukoharjo (2026, diolah). Wilayah berwarna merah menunjukkan kecamatan yang terdampak banjir: Laweyan, Pasar Kliwon, Serangan, dan Jebres (Kota Surakarta) serta lima kecamatan di Kabupaten Sukoharjo. Peta dapat diakses melalui: <https://jatengprov.go.id>

Kepala BPBD Jawa Tengah menyatakan bahwa debit Sungai Bengawan Solo meningkat drastis akibat tingginya curah hujan di wilayah hulu, sehingga pompa air tidak dapat beroperasi optimal dan penanganan banjir menjadi lebih sulit. Kejadian tersebut menunjukkan betapa pentingnya ketersediaan data akumulasi curah hujan yang akurat dan tepat waktu sebagai basis sistem peringatan dini banjir. Secara matematis, akumulasi curah hujan dalam suatu periode dapat direpresentasikan sebagai integral dari fungsi curah hujan terhadap waktu yang mencerminkan total volume air hujan yang jatuh selama periode tersebut. Namun karena data curah hujan di lapangan bersifat diskrit hanya tersedia sebagai nilai harian penyelesaian integral secara analitik tidak dapat dilakukan langsung dan memerlukan pendekatan integrasi numerik (Istiqomah & Wibowo, 2025).

Metode integrasi numerik yang paling umum digunakan dalam bidang sains dan teknik adalah keluarga Newton-Cotes, seperti aturan Trapezium dan aturan Simpson. Suhendra et al. (2024) melakukan evaluasi komparatif kedua metode tersebut pada berbagai kasus fisika dan menemukan bahwa metode Simpson secara konsisten menghasilkan akurasi lebih tinggi dibandingkan metode Trapezium, khususnya untuk

fungsi non-linear. (Kareem et al., 2023) juga menerapkan aturan Trapezium dan Simpson secara eksperimental pada data teknik yang bersifat diskrit, dan menunjukkan bahwa penentuan metode yang tepat sangat bergantung pada karakteristik data aktual. Meskipun demikian, Trefethen, (2021) menyoroti bahwa konvergensi metode Newton-Cotes melemah secara signifikan pada fungsi yang tidak beraturan, sehingga diperlukan jumlah titik evaluasi yang besar untuk mencapai tingkat akurasi yang memuaskan.

Sebagai alternatif yang lebih efisien, metode Kuadratur Gauss-Legendre menawarkan keunggulan komputasional melalui pemilihan titik evaluasi dan bobot yang dioptimalkan secara matematis berdasarkan akar-akar polinomial Legendre (Murakami et al., 2026). Metode ini secara teoritis mampu mengintegrasikan polinomial hingga derajat $(2n-1)$ hanya dengan n titik evaluasi, sehingga jauh lebih efisien dibandingkan metode Newton-Cotes untuk jumlah titik yang sama. membuktikan bahwa pendekatan yang menggabungkan Kuadratur Gauss-Legendre dengan metode adaptif mampu mengurangi biaya komputasi hingga 62% dibandingkan metode adaptif konvensional dengan tetap mempertahankan akurasi orde keempat. Keunggulan-keunggulan ini menjadikan Gauss-Legendre pilihan yang menarik untuk diterapkan pada data hidrologi diskrit berskala harian.

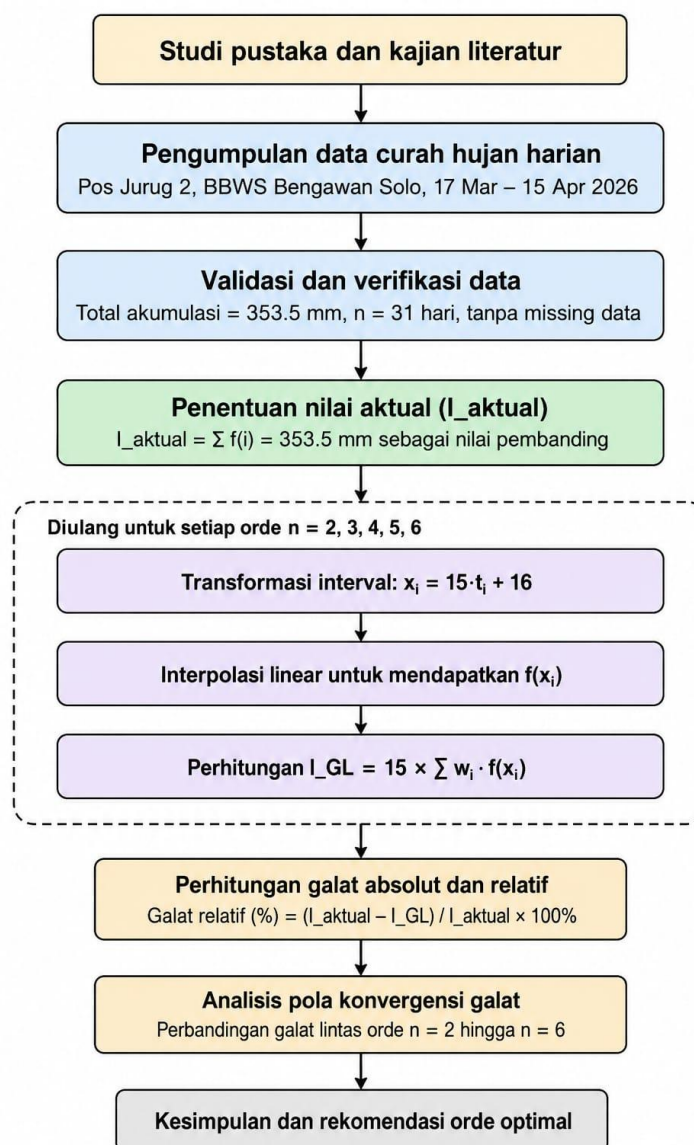
Meskipun demikian, terdapat kesenjangan penelitian yang perlu diisi. Penelitian terdahulu yang menguji Kuadratur Gauss-Legendre umumnya membatasi variasi orde hingga $n = 5$ dan menggunakan data sintetik atau fungsi analitik, sehingga belum diketahui apakah penambahan orde melampaui batas konvensional tersebut memberikan peningkatan akurasi yang signifikan pada data lingkungan nyata. Selain itu, belum ada penelitian yang secara khusus menerapkan metode ini langsung pada data curah hujan harian diskrit dari pos pemantauan hidrologi operasional di Indonesia, khususnya di DAS Bengawan Solo. Analisis sistematis pola konvergensi galat lintas orde untuk data klimatologi diskrit berskala bulanan yang sangat penting bagi sistem peringatan dini banjir juga masih belum tersedia dalam literatur yang ada.

Berdasarkan kesenjangan tersebut, penelitian ini bermaksud mengembangkan kajian dalam dua aspek utama: pertama, memperluas rentang orde yang diuji hingga $n = 6$ guna mengeksplorasi apakah penambahan titik evaluasi melampaui batas konvensional memberikan peningkatan akurasi yang signifikan; kedua, menerapkan metode secara langsung pada data curah hujan riil dari Pos Jurug 2 untuk periode 17 Maret - 15 April 2026 yang memiliki relevansi tinggi dengan kejadian banjir Solo Raya. Adapun rumusan masalah penelitian ini adalah: (1) Bagaimana penerapan metode Kuadratur Gauss-Legendre dengan variasi orde $n = 2 - 6$ dalam menghitung akumulasi curah hujan harian? (2) Berapa besar akumulasi curah hujan hasil perhitungan masing-masing orde pada periode penelitian? (3) Bagaimana pola konvergensi galat yang dihasilkan seiring peningkatan orde? Tujuan penelitian mencakup penerapan metode, analisis konvergensi galat, dan penentuan orde optimal yang paling akurat untuk estimasi akumulasi curah

hujan harian, guna mendukung sistem peringatan dini banjir dan manajemen sumber daya air di DAS Bengawan Solo.

2. METODE PELAKSANAAN

Penelitian ini dilaksanakan dengan pendekatan numerik komputasional yang terstruktur dalam beberapa tahapan, mulai dari pengumpulan data curah hujan harian hingga analisis konvergensi galat dari setiap orde Gauss-Legendre yang diuji. Seluruh tahapan penelitian dirancang secara sistematis untuk memastikan hasil yang dapat direproduksi dan diverifikasi secara ilmiah. Alur keseluruhan proses penelitian disajikan pada Gambar 3.



Gambar 3. Alur langkah penelitian penerapan metode Kuadratur Gauss-Legendre pada data curah hujan harian Pos Jurug 2

2.1 Jenis dan Rancangan Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian terapan kuantitatif dengan pendekatan numerik komputasional yang bersifat deskriptif-analitik. Pendekatan kuantitatif dipilih karena seluruh proses analisis melibatkan pengolahan data numerik berupa curah hujan harian menggunakan operasi-operasi matematis terstruktur. Sifat deskriptif dari penelitian ini tercermin dalam penyajian langkah-langkah penerapan metode Gauss-Legendre secara rinci untuk setiap orde, sedangkan sifat analitiknya tampak pada evaluasi dan perbandingan galat yang dihasilkan oleh masing-masing orde. Pendekatan numerik komputasional digunakan sebagai konsekuensi dari sifat data curah hujan yang diskrit, sehingga integrasi secara analitik tidak dapat dilakukan dan memerlukan aproksimasi numerik (Istiqomah & Wibowo, 2025). Seluruh proses komputasi dilakukan menggunakan Microsoft Excel untuk memastikan transparansi dan reproduisibilitas perhitungan.

2.2 Populasi dan Sampel

Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh data curah hujan harian yang pernah tercatat di Pos Curah Hujan Jurug 2 sejak pos tersebut beroperasi. Sampel penelitian berupa 31 data curah hujan harian untuk periode 17 Maret - 15 April 2026 yang dinomori berurutan dari No. 1 (17 Maret 2026) hingga No. 31 (15 April 2026) sebagai indeks hari dalam perhitungan integrasi numerik pada interval $[1, 31]$. Periode sampel ini dipilih berdasarkan dua pertimbangan utama: pertama, periode tersebut merepresentasikan satu bulan yang berakhir tepat pada kejadian banjir besar di Solo Raya pada 14–15 April 2026; kedua, data periode ini menunjukkan variabilitas curah hujan harian yang cukup tinggi dengan kombinasi hari tanpa hujan, hujan ringan, dan kejadian hujan sedang sehingga menjadi kasus uji yang representatif untuk mengeksplorasi performa berbagai orde Gauss-Legendre (Setiyowati & Ariska, 2024).

Secara statistik deskriptif, sampel ini memiliki rata-rata curah hujan harian sebesar 11,77 mm/hari yang dihitung dari total akumulasi 353,5 mm dibagi 30 hari aktual pengamatan, dengan nilai tertinggi tercatat pada tanggal 30 Maret 2026 sebesar 57,5 mm/hari dan tanggal 14 April 2026 sebesar 52 mm/hari yang keduanya termasuk kategori hujan sedang menurut klasifikasi BMKG. Nilai 0 mm/hari pada sejumlah hari menandakan tidak terjadinya hujan sama sekali pada hari tersebut, sehingga variabilitas harian yang tinggi ini menjadi tantangan tersendiri bagi metode integrasi numerik dalam mengaproksimasi akumulasi secara akurat. Teknik pengambilan sampel menggunakan purposive sampling berdasarkan relevansi temporal dengan kejadian banjir dan ketersediaan data yang lengkap.

2.3 Subjek, Objek, dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan dengan menggunakan data dari Pos Curah Hujan Jurug 2 yang dikelola oleh Balai Besar Wilayah Sungai (BBWS) Bengawan Solo dan berlokasi di

Kota Surakarta, Jawa Tengah, pada koordinat $\pm 7^{\circ}33'$ LS dan $110^{\circ}51'$ BT. Jaringan pemantauan curah hujan di wilayah Solo Raya yang dikelola BBWS Bengawan Solo mencakup beberapa pos yang tersebar di berbagai kecamatan, antara lain Pos Jurug 2 di Kecamatan Jebres, Pos Laweyan di Kecamatan Laweyan, Pos Banjarsari di Kecamatan Banjarsari, serta Pos Serengan di Kecamatan Serengan. Keberadaan beberapa pos ini memungkinkan analisis spasial distribusi curah hujan di seluruh wilayah Kota Surakarta dan sekitarnya, mengingat intensitas hujan di satu kecamatan belum tentu sama dengan kecamatan lainnya meskipun dalam waktu yang bersamaan.

Dari seluruh pos yang tersedia, penelitian ini secara khusus menggunakan data dari Pos Jurug 2 karena dua alasan utama. Pertama, posisinya yang strategis di kawasan hilir DAS Bengawan Solo bagian atas menjadikannya titik pantau yang sangat representatif bagi kondisi hidrologi wilayah Kota Surakarta (Chandra Wijaya & Lasminto, 2020). Kedua, ketersediaan data yang lengkap tanpa nilai yang hilang selama seluruh periode penelitian menjamin kualitas input perhitungan numerik. Subjek penelitian adalah Pos Curah Hujan Jurug 2, sedangkan objek penelitian adalah hasil perhitungan akumulasi curah hujan harian periode 17 Maret - 15 April 2026 menggunakan metode Kuadratur Gauss-Legendre untuk orde $n = 2, 3, 4, 5,$ dan 6 , yang meliputi nilai estimasi integral, galat absolut, dan galat relatif dari masing-masing orde. Pengolahan data dilakukan secara komputasional menggunakan Microsoft Excel dengan langkah-langkah yang terdokumentasi secara sistematis.

2.4 Teknik Pengumpulan Data

Data curah hujan harian periode 17 Maret - 15 April 2026 diperoleh secara langsung dari portal resmi Sistem Informasi Hidrologi BBWS Bengawan Solo yang dapat diakses melalui <https://hidrologi.bbws-bsolo.net>. Data yang dikumpulkan berupa nilai curah hujan harian dalam satuan mm/hari untuk setiap tanggal pada periode pengamatan, yang selanjutnya dinomori secara berurutan dari No. 1 (17 Maret 2026) hingga No. 31 (15 April 2026) sebagai indeks hari dalam perhitungan integrasi numerik.

Perlu dipahami bahwa pengukuran curah hujan harian di pos-pos hidrologi DAS Bengawan Solo dilakukan satu kali dalam sehari, yaitu pada pukul 07.00 WIB setiap paginya, menggunakan penakar hujan manual tipe observatorium (ombrometer) maupun alat penakar otomatis (*automatic rain gauge*) yang terekam secara digital pada sistem SCADA BBWS Bengawan Solo. Nilai yang dicatat merupakan akumulasi total curah hujan selama 24 jam penuh sejak pengukuran sebelumnya, sehingga nilai curah hujan tanggal t sebenarnya mencerminkan hujan yang turun sejak pukul 07.00 tanggal $t-1$ hingga pukul 07.00 tanggal t (Setiyowati & Ariska, 2024). Konsistensi waktu pengukuran ini penting untuk dipahami agar tidak terjadi salah interpretasi terhadap data yang digunakan dalam perhitungan numerik.

Proses pengumpulan data dilakukan dengan mengunduh catatan harian dari menu Pos Curah Hujan pada portal tersebut, kemudian memverifikasi konsistensi data dengan membandingkan total akumulasi yang tercatat secara otomatis oleh sistem dengan hasil penjumlahan manual nilai harian. Validasi data menunjukkan total akumulasi sebesar 353,5 mm tanpa nilai yang hilang (*missing data*) pada seluruh periode pengamatan, sehingga data dinyatakan lengkap dan siap digunakan untuk analisis numerik.

2.5 Dasar Teori Metode Kuadratur Gauss-Legendre

Metode Kuadratur Gauss-Legendre adalah salah satu teknik integrasi numerik yang paling akurat untuk fungsi-fungsi yang mulus (smooth), yang bekerja dengan memilih titik evaluasi dan bobot secara optimal berdasarkan akar-akar polinomial Legendre $P_n(t)$ pada interval baku $[-1, 1]$. Formula umumnya adalah $\int_{-1}^1 f(t) dt \approx \sum_{i=1}^n w_i \cdot f(t_i)$, di mana t_i adalah akar ke- i dari $P_n(t)$ dan w_i adalah bobot yang diturunkan dari residu pembagi Hermite (Abramowitz & Stegun, 1972). Keunggulan utama metode ini adalah kemampuannya mengintegrasikan polinomial derajat hingga $(2n-1)$ secara tepat menggunakan hanya n titik evaluasi, jauh lebih efisien dibandingkan aturan Newton-Cotes yang memerlukan lebih banyak titik untuk akurasi yang setara. Untuk menerapkan metode pada interval aktual $[a, b] = [1, 31]$, diperlukan transformasi linear

$x_i = \left(\left(\frac{b-a}{2} \right) \cdot t_i + \left(\frac{b+a}{2} \right) \right) = 15 t_i + 16$ yang memetakan setiap titik baku $t_i \in [-1, 1]$ ke posisi hari $x_i \in [1, 31]$ dalam data pengamatan. Formula integral yang digunakan menjadi: $\int_1^{31} f(x) dx \approx 15 \cdot \sum_i w_i \cdot f(t_i)$, dengan nilai aktual $I_{\text{aktual}} = \sum_{j=1}^{31} f(j) = 353,5$ mm sebagai pembandingan.

Karena data curah hujan bersifat diskrit nilai $f(x)$ hanya tersedia pada indeks hari bulat nilai $f(x_i)$ pada titik evaluasi non-integer diperoleh melalui interpolasi linear: $f(x_i) = f(\lfloor x_i \rfloor) + (x_i - \lfloor x_i \rfloor) \cdot [f(\lfloor x_i \rfloor + 1) - f(\lfloor x_i \rfloor)]$, di mana $\lfloor x_i \rfloor$ adalah hari bulat terbesar yang tidak melampaui x_i . Interpolasi linear dipilih karena kesederhanaan implementasinya dalam Microsoft Excel, meskipun akurasinya terbatas pada representasi perubahan linier antara dua hari berurutan. Tabel titik evaluasi dan bobot baku Gauss-Legendre untuk orde $n = 2$ hingga $n = 6$ yang digunakan dalam penelitian ini bersumber dari tabel numerik Abramowitz & Stegun, I.A. (1972) dan disajikan pada Tabel 1. Sebagai verifikasi kebenaran nilai bobot, jumlah seluruh bobot pada setiap orde harus tepat sama dengan 2, yakni $\sum w_i = 2$, yang merupakan panjang interval baku $[-1, 1]$. Konsistensi nilai $\sum w_i = 2$ pada setiap orde dalam Tabel 1 mengonfirmasi kebenaran nilai bobot yang digunakan.

Tabel 1. Titik evaluasi (t_i) dan bobot (w_i) Gauss-Legendre untuk orde $n = 2$ sampai $n = 6$

Orde (n)	i	Titik $t_i \in [-1, 1]$	Bobot w_i	$\sum w_i$
n = 2	1	-0,577350269	1,000000000	—
	2	0,577350269	1,000000000	2,000000000

n = 3	1	-0,774596669	0,555555556	—
	2	0,000000000	0,888888889	—
	3	0,774596669	0,555555556	2,000000000
n = 4	1	-0,861136312	0,347854845	—
	2	-0,339981044	0,652145155	—
	3	0,339981044	0,652145155	—
	4	0,861136312	0,347854845	2,000000000
n = 5	1	-0,906179846	0,236926885	—
	2	-0,538469310	0,478628670	—
	3	0,000000000	0,568888889	—
	4	0,538469310	0,478628670	—
	5	0,906179846	0,236926885	2,000000000
n = 6	1	-0,932469514	0,171324492	—
	2	-0,661209386	0,360761573	—
	3	-0,238619186	0,467913935	—
	4	0,238619186	0,467913935	—
	5	0,661209386	0,360761573	—
	6	0,932469514	0,171324492	2,000000000

Sumber: Abramowitz & Stegun (1972); kolom $\Sigma w_i = 2$ sebagai verifikasi kebenaran nilai bobot

Berdasarkan Tabel 1, titik-titik evaluasi pada setiap orde bersifat simetris terhadap nilai nol, yang merupakan konsekuensi dari sifat simetris polinomial Legendre terhadap titik tengah interval. Pada orde $n = 2$, hanya terdapat dua titik ($\pm 0,5774$) dengan bobot yang sama besar (1,0000), sehingga kedua titik tersebut merepresentasikan dua bagian yang setara dari interval. Pada orde $n = 6$, terdapat enam titik yang tersebar dari -0,9325 hingga +0,9325 dengan bobot yang bervariasi titik-titik di dekat tepi mendapat bobot kecil (0,1713), sedangkan titik-titik dekat pusat mendapat bobot lebih besar (0,4679) mencerminkan prinsip bahwa kontribusi area di sekitar pusat lebih dominan untuk aproksimasi integral fungsi yang mulus. Perbedaan distribusi titik dan bobot antar orde ini yang kemudian menentukan bagaimana masing-masing orde menangkap pola distribusi curah hujan yang sangat tidak merata pada dataset penelitian ini.

2.6 Teknik Analisis Data

Analisis data dilakukan secara komparatif-kuantitatif dengan membandingkan hasil estimasi akumulasi curah hujan dari lima variasi orde Gauss-Legendre terhadap nilai aktual $I_{\text{aktual}} = 353,5$ mm. Tahapan analisis meliputi lima langkah yang dieksekusi secara berurutan untuk setiap orde: (1) transformasi titik evaluasi dari interval baku $[-1, 1]$ ke interval $[1, 31]$ menggunakan formula $x_i = 15 t_i + 16$; (2) identifikasi dua hari bulat

yang mengagit setiap titik evaluasi non-integer, yaitu $x_1 = [x_i]$ dan $x_2 = [x_i]$; (3) interpolasi linear untuk mendapatkan nilai $f(x_i)$ dengan rumus $f(x_i) = f(x_1) + \text{fraksi} \cdot [f(x_2) - f(x_1)]$; (4) perhitungan nilai integral aproksimasi $I_{GL} = 15 \times \sum_i w_i f(x_i)$; dan (5) perhitungan galat absolut = $|I_{\text{aktual}} - I_{GL}|$ serta galat relatif (%) = $(\text{galat absolut} / I_{\text{aktual}}) \times 100\%$. Perbandingan galat relatif dari kelima orde kemudian digunakan untuk menganalisis pola konvergensi dan menentukan orde optimal.

Pemilihan rentang orde $n = 2$ hingga $n = 6$ dalam penelitian ini didasarkan pada tiga pertimbangan ilmiah yang saling melengkapi. Pertama, dari sisi teori aproksimasi polinomial, orde $n = 2$ merupakan batas minimum yang memberikan pembobotan optimal non-trivial (berbeda dari aturan Trapesium sederhana), sedangkan $n = 6$ memberikan ketelitian teoritis untuk polinomial derajat 11 rentang ini memadai untuk mengeksplorasi spektrum luas dari aproksimasi rendah hingga tinggi (Plouffe, t.t.). Kedua, dari sisi kepraktisan, $n = 5$ merupakan batas yang umum digunakan dalam penelitian sebelumnya (Istiqomah & Wibowo, 2025; Murakami dkk., 2026), sehingga penambahan hingga $n = 6$ memungkinkan pengujian apakah melampaui batas konvensional memberikan manfaat nyata. Ketiga, penambahan orde di atas $n = 6$ untuk data harian 31 hari tidak dianjurkan karena titik evaluasi yang semakin rapat di tepi interval berisiko menangkap outlier secara tidak proporsional dan memicu efek osilasi numerik (Runge) yang dapat memperbesar galat alih-alih mengurangnya (Trefethen, 2021). Dengan demikian, rentang $n = 2 - 6$ merupakan pilihan yang ilmiah, praktis, dan aman untuk konteks dataset penelitian ini.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Hasil

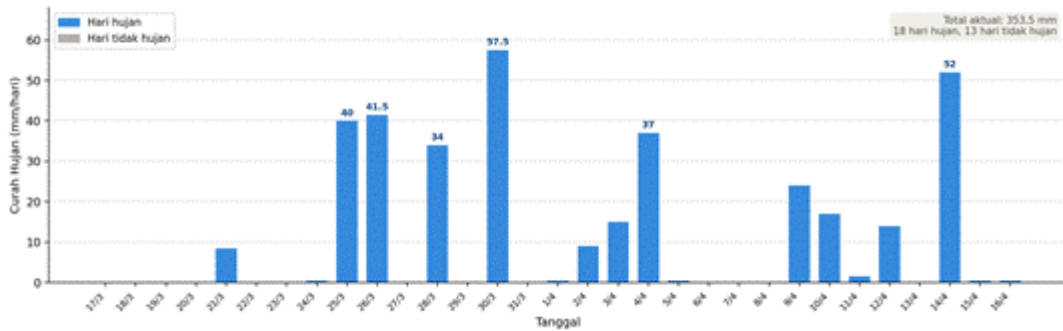
3.1.1 Data Curah Hujan Harian Pos Jurug 2 Periode 17 Maret–15 April 2026

Data curah hujan harian yang digunakan dalam penelitian ini bersumber dari portal resmi Sistem Informasi Hidrologi BBWS Bengawan Solo, mencakup 31 data harian mulai dari No. 1 (17 Maret 2026) hingga No. 31 (15 April 2026) yang digunakan sebagai input integrasi numerik pada interval $[1, 31]$. Nilai aktual akumulasi curah hujan yang diperoleh dari penjumlahan seluruh data harian adalah $I_{\text{aktual}} = 353,5$ mm, yang menjadi nilai referensi dalam penghitungan galat untuk setiap orde Gauss-Legendre. Dari 31 data tersebut, tercatat 18 hari terjadi hujan (58,1%) dan 13 hari tanpa hujan (41,9%), dengan rata-rata curah hujan harian sebesar 11,77 mm/hari yang mencerminkan kondisi curah hujan pada masa transisi akhir musim hujan. Kejadian hujan tertinggi terjadi pada hari ke-14 (30 Maret 2026) sebesar 57,5 mm/hari dan hari ke-29 (14 April 2026) sebesar 52 mm/hari, keduanya termasuk kategori hujan sedang menurut klasifikasi BMKG dan yang terakhir bertepatan dengan awal kejadian banjir besar di Solo Raya. Data lengkap disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Data Curah Hujan Harian Pos Jurug 2 Periode 17 Maret - 15 April 2026

No.	Tanggal	CH Harian (mm)	Kategori Hujan
1	17 Maret 2026	0	Tidak Hujan
2	18 Maret 2026	0	Tidak Hujan
3	19 Maret 2026	0	Tidak Hujan
4	20 Maret 2026	0	Tidak Hujan
5	21 Maret 2026	8,5	Hujan Sangat Ringan
6	22 Maret 2026	0	Tidak Hujan
7	23 Maret 2026	0	Tidak Hujan
8	24 Maret 2026	0,5	Hujan Sangat Ringan
9	25 Maret 2026	40	Hujan Ringan
10	26 Maret 2026	41,5	Hujan Ringan
11	27 Maret 2026	0	Tidak Hujan
12	28 Maret 2026	34	Hujan Ringan
13	29 Maret 2026	0	Tidak Hujan
14	30 Maret 2026	57,5	Hujan Sedang
15	31 Maret 2026	0	Tidak Hujan
16	1 April 2026	0,5	Hujan Sangat Ringan
17	2 April 2026	9	Hujan Sangat Ringan
18	3 April 2026	15	Hujan Sangat Ringan
19	4 April 2026	37	Hujan Ringan
20	5 April 2026	0,5	Hujan Sangat Ringan
21	6 April 2026	0	Tidak Hujan
22	7 April 2026	0	Tidak Hujan
23	8 April 2026	0	Tidak Hujan
24	9 April 2026	24	Hujan Ringan
25	10 April 2026	17	Hujan Sangat Ringan
26	11 April 2026	1,5	Hujan Sangat Ringan
27	12 April 2026	14	Hujan Sangat Ringan
28	13 April 2026	0	Tidak Hujan
29	14 April 2026	52	Hujan Sedang
30	15 April 2026	0,5	Hujan Sangat Ringan
31	16 April 2026	0,5	Hujan Sangat Ringan
TOTAL AKTUAL		353,5	18 hari huja

Sumber: Portal Hidrologi BBWS Bengawan Solo, 2026 (diolah)



Gambar 4. Data Curah Hujan Harian Pos Jurug 2 Periode 17 Maret - 16 April 2026

Berdasarkan Gambar 4, pola curah hujan harian selama periode pengamatan 17 Maret–15 April 2026 menunjukkan distribusi yang sangat tidak merata dengan beberapa kluster hujan utama yang dipisahkan oleh rentang hari tanpa hujan. Kluster pertama terjadi pada tanggal 21 Maret serta 24–26 Maret dengan curah hujan berkisar antara 9–41,5 mm yang menandai awal peningkatan intensitas hujan pada akhir Maret. Kluster kedua sekaligus merupakan puncak curah hujan terjadi pada tanggal 28 dan 30 Maret dengan curah hujan masing-masing sebesar 42 mm dan 57,5 mm. Selanjutnya, kluster ketiga terjadi pada periode 2–5 April yang diakhiri oleh kejadian hujan pada 9 dan 14 April dengan curah hujan sebesar 42 mm dan 52 mm. Sebanyak 13 hari tanpa hujan yang tersebar di antara kluster-kluster tersebut menghasilkan pola data yang tidak mulus (non-smooth) dan berfluktuasi tajam, sehingga menjadi tantangan bagi metode kuadratur Gauss-Legendre yang secara teoritis memberikan hasil terbaik pada fungsi yang relatif mulus.

3.1.2 Hasil Perhitungan Kuadratur Gauss-Legendre Orde n = 2 hingga n = 6

Orde n = 2

Pada orde n = 2, dua titik evaluasi diperoleh dari transformasi $x_i = 15t_i + 16$, yaitu $x_1 = 7,340$ (antara hari ke-7: 0 mm dan hari ke-8: 0,5 mm) dan $x_2 = 24,660$ (antara hari ke-24: 24 mm dan hari ke-25: 17 mm). Melalui interpolasi linear diperoleh $f(x_1) = 0,170$ mm dan $f(x_2) = 19,378$ mm, sehingga $I_{GL}(n=2) = 15 \times 19,548 = 293,222$ mm dengan galat relatif 17,05%. Rincian selengkapnya disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Rincian perhitungan Gauss-Legendre orde n = 2

i	t_i	x_i	x_1	$f(x_1)$	x_2	$f(x_2)$	Fraksi	$f(x_i)$	$w_i \cdot f(x_i)$
1	-0,5774	7,340	7	0	8	0,5	0,3397	0,170	0,170
2	0,5774	24,660	24	24	25	17	0,6603	19,378	19,378
Σ								$\Sigma =$	19,548

Hasil: $I_{GL}(n=2) = 15 \times 19,548 = 293,222$ mm | Galat Absolut = 60,278 mm | Galat Relatif = 17,05%

Orde n = 3

Pada orde n = 3, tiga titik evaluasi hasil transformasi adalah $x_1 = 4,381$, $x_2 = 16,000$, dan $x_3 = 27,619$. Interpolasi linear memberikan $f(x_1) = 3,239$ mm, $f(x_2) = 0,500$ mm, dan $f(x_3) = 5,335$ mm, sehingga $I_{GL}(n=3) = 15 \times 5,208 = \mathbf{78,114}$ mm dengan galat relatif 77,90%. Rincian selengkapnya disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Rincian perhitungan Gauss-Legendre orde n = 3

i	t_i	x_i	x_1	$f(x_1)$	x_2	$f(x_2)$	Fraksi	$f(x_i)$	$w_i \cdot f(x_i)$
1	-0,7746	4,381	4	0	5	8,5	0,3810	3,239	1,799
2	0,0000	16,000	16	0,5	17	9	0,0000	0,500	0,444
3	0,7746	27,619	27	14	28	0	0,6190	5,335	2,964
Σ								$\Sigma =$	5,208

Hasil: $I_{GL}(n=3) = 15 \times 5,208 = 78,114$ mm | Galat Absolut = 275,387 mm | Galat Relatif = 77,90%

Orde n = 4

Pada orde n = 4, empat titik evaluasi adalah $x_1 = 3,083$, $x_2 = 10,900$, $x_3 = 21,100$, dan $x_4 = 28,917$. Interpolasi menghasilkan $f(x_1) = 0$ mm, $f(x_2) = 4,138$ mm, $f(x_3) = 0$ mm, dan $f(x_4) = 47,686$ mm, sehingga $I_{GL}(n=4) = 15 \times 19,287 = \mathbf{289,299}$ mm dengan galat relatif 18,16%. Rincian selengkapnya disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Rincian perhitungan Gauss-Legendre orde n = 4

i	t_i	x_i	x_1	$f(x_1)$	x_2	$f(x_2)$	Fraksi	$f(x_i)$	$w_i \cdot f(x_i)$
1	-0,8611	3,083	3	0	4	0	0,0830	0,000	0,000
2	-0,3400	10,900	10	41,5	11	0	0,9003	4,138	2,699
3	0,3400	21,100	21	0	22	0	0,0997	0,000	0,000
4	0,8611	28,917	28	0	29	52	0,9170	47,686	16,588
Σ								$\Sigma =$	19,287

Hasil: $I_{GL}(n=4) = 15 \times 19,287 = 289,299$ mm | Galat Absolut = 64,201 mm | Galat Relatif = 18,16%

Orde n = 5

Pada orde n = 5, lima titik evaluasi adalah $x_1 = 2,407$, $x_2 = 7,923$, $x_3 = 16,000$, $x_4 = 24,077$, dan $x_5 = 29,593$. Interpolasi menghasilkan $f(x_1) = 0$ mm, $f(x_2) = 0,461$ mm, $f(x_3) = 0,500$ mm, $f(x_4) = 23,461$ mm, dan $f(x_5) = 21,476$ mm, sehingga $I_{GL}(n=5) = 15 \times 16,823 = \mathbf{252,338}$ mm dengan galat relatif 28,62%. Rincian selengkapnya disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6. Rincian perhitungan Gauss-Legendre orde $n = 5$

i	t_i	x_i	x_1	$f(x_1)$	x_2	$f(x_2)$	Fraksi	$f(x_i)$	$w_i \cdot f(x_i)$
1	-0,9062	2,407	2	0	3	0	0,4073	0,000	0,000
2	-0,5385	7,923	7	0	8	0,5	0,9230	0,461	0,221
3	0,0000	16,000	16	0,5	17	9	0,0000	0,500	0,284
4	0,5385	24,077	24	24	25	17	0,0770	23,461	11,229
5	0,9062	29,593	29	52	30	0,5	0,5927	21,476	5,088
Σ								$\Sigma =$	16,823

Hasil: $I_{GL}(n=5) = 15 \times 16,823 = 252,338 \text{ mm}$ | Galat Absolut = 101,162 mm | Galat Relatif = 28,62%

Orde $n = 6$

Pada orde $n = 6$, enam titik evaluasi adalah $x_1 = 2,013$, $x_2 = 6,082$, $x_3 = 12,421$, $x_4 = 19,579$, $x_5 = 25,918$, dan $x_6 = 29,987$. Interpolasi menghasilkan $f(x_1) = 0 \text{ mm}$, $f(x_2) = 0 \text{ mm}$, $f(x_3) = 40,631 \text{ mm}$, $f(x_4) = 15,856 \text{ mm}$, $f(x_5) = 2,769 \text{ mm}$, dan $f(x_6) = 1,167 \text{ mm}$, sehingga $I_{GL}(n=6) = 15 \times 27,630 = 414,449 \text{ mm}$ dengan galat relatif 17,24%. Rincian selengkapnya disajikan pada Tabel 7.

Tabel 7. Rincian perhitungan Gauss-Legendre orde $n = 6$

i	t_i	x_i	x_1	$f(x_1)$	x_2	$f(x_2)$	Fraksi	$f(x_i)$	$w_i \cdot f(x_i)$
1	-0,9325	2,013	2	0	3	0	0,0130	0,000	0,000
2	-0,6612	6,082	6	0	7	0	0,0819	0,000	0,000
3	-0,2386	12,421	12	40	13	41,5	0,4207	40,631	19,012
4	0,2386	19,579	19	37	20	0,5	0,5793	15,856	7,419
5	0,6612	25,918	25	17	26	1,5	0,9181	2,769	0,999
6	0,9325	29,987	29	52	30	0,5	0,9870	1,167	0,200
Σ								$\Sigma =$	27,630

Hasil: $I_{GL}(n = 6) = 15 \times 27,630 = 414,449 \text{ mm}$ | Galat Absolut = 60,949 mm | Galat Relatif = 17,24%

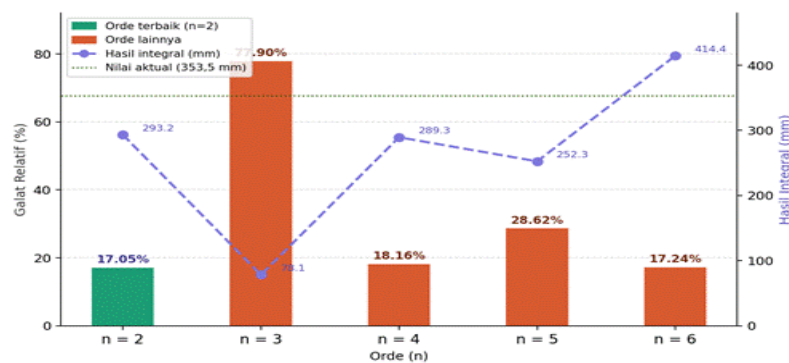
3.1.3 Rekapitulasi Hasil Seluruh Orde

Rekapitulasi lengkap hasil perhitungan Kuadratur Gauss-Legendre untuk seluruh orde $n = 2$ hingga $n = 6$ dibandingkan dengan nilai aktual 353,5 mm disajikan pada Tabel 8. Tabel ini menyajikan nilai $\Sigma w_i f(x_i)$, hasil integral, galat absolut, galat relatif, dan penilaian kinerja untuk setiap orde secara berdampingan guna memudahkan analisis komparatif.

Tabel 8. Rekapitulasi hasil Kuadratur Gauss-Legendre semua orde (nilai aktual = 353,5 mm)

Orde (n)	$\sum w_i f(x_i)$	Hasil Integral (mm)	Nilai Aktual (mm)	Galat Absolut (mm)	Galat Relatif (%)	Penilaian
2	19,548	293,222	353,5	60,278	17,05	Terbaik
3	5,208	78,114	353,5	275,387	77,90	Sangat Buruk
4	19,287	289,299	353,5	64,201	18,16	Baik
5	16,823	252,338	353,5	101,162	28,62	Buruk
6	27,630	414,449	353,5	60,949	17,24	Baik

*) Baris disorot kuning = orde dengan galat relatif terkecil (terbaik)

**Gambar 5.** Galat Relatif dan Hasil Integral Kuadratur Gauss-Legendre per Orde n = 2 - 6

Berdasarkan Tabel 8 dan Gambar 4, urutan kinerja orde dari yang terbaik ke yang terburuk adalah n = 2 (17,05%), n = 6 (17,24%), n = 4 (18,16%), n = 5 (28,62%), dan n = 3 (77,90%). Rentang hasil estimasi yang sangat lebar dari 78,114 mm pada n = 3 hingga 414,449 mm pada n = 6 terhadap nilai aktual 353,5 mm mengindikasikan tingginya sensitivitas metode Gauss-Legendre terhadap posisi titik evaluasi pada data curah hujan yang bersifat heterogen dan tidak beraturan.

3.2 Pembahasan

3.2.1 Analisis Pola Konvergensi Galat dan Kaitannya dengan Konsep Dasar

Pola konvergensi galat yang dihasilkan adalah 17,05% (n = 2) → 77,90% (n = 3) → 18,16% (n = 4) → 28,62% (n = 5) → 17,24% (n = 6), yang menyimpang drastis dari ekspektasi teoritis bahwa galat akan berkurang secara monoton seiring peningkatan orde. Secara teoritis, metode Kuadratur Gauss-Legendre dirancang untuk mengintegrasikan polinomial derajat hingga (2n-1) secara tepat dengan n titik evaluasi (Abramowitz & Stegun, 1972), sehingga penambahan orde seharusnya meningkatkan akurasi secara konsisten. Namun demikian, jaminan konvergensi teoretis tersebut hanya berlaku untuk fungsi-fungsi yang mulus (*smooth*) dan kontinu, bukan untuk fungsi diskrit yang sangat tidak beraturan seperti data curah hujan harian ini (Trefethen, 2021). Dengan 13 hari

bernilai nol yang tersebar tidak teratur di antara kluster hujan yang terlokalisasi, fungsi curah hujan pada penelitian ini jauh dari memenuhi asumsi kemulusan yang menjadi fondasi teoretis metode Gauss-Legendre. Kondisi ini menyebabkan posisi titik evaluasi relatif terhadap kluster hujan dominan menjadi faktor penentu akurasi yang jauh lebih dominan daripada jumlah titik evaluasi itu sendiri.

Lonjakan galat terbesar terjadi dari $n = 2$ ke $n = 3$, yakni dari 17,05% menjadi 77,90%. Penyebab utamanya adalah *kecelakaan posisi* ketiga titik evaluasi yang secara bersamaan jatuh pada hari-hari dengan curah hujan sangat rendah: $x_1 = 4,381$ memberikan $f = 3,239$ mm, $x_2 = 16,000$ memberikan $f = 0,500$ mm, dan $x_3 = 27,619$ memberikan $f = 5,335$ mm. Akibatnya, seluruh kluster hujan dominan yang berkontribusi besar pada total aktual 353,5 mm, yaitu hari ke-9 (40 mm), ke-10 (41,5 mm), ke-12 (34 mm), ke-14 (57,5 mm), ke-19 (37 mm), dan ke-29 (52 mm), tidak terwakili oleh satu pun dari ketiga titik evaluasi. Hal ini menegaskan prinsip bahwa pada data diskrit non-smooth, representativitas posisi titik evaluasi terhadap fitur-fitur dominan data jauh lebih menentukan akurasi dibandingkan jumlah titik yang digunakan, sebagaimana juga ditunjukkan oleh Kareem dkk. (2023) dalam konteks data eksperimental diskrit.

Galat tinggi pada orde $n = 5$ (28,62%) memiliki mekanisme yang berbeda. Titik ke-3 ($x_3 = 16,000$) mendapat bobot terbesar ($w_3 = 0,569$) namun jatuh tepat pada hari ke-16 yang bernilai hanya 0,5 mm, sehingga kontribusi titik dengan bobot terbesar ini menjadi sangat minimal. Kluster hujan terpenting di pertengahan Maret (hari ke-9 hingga ke-14) tidak tertangkap oleh satu pun dari kelima titik evaluasi, sehingga estimasi integral menjadi lebih rendah dari nilai aktual. Temuan ini sejalan dengan Murakami et al. (2026) yang menyatakan bahwa efisiensi komputasional Gauss-Legendre terletak pada distribusi bobot yang optimal, namun distribusi tersebut hanya menghasilkan manfaat maksimal ketika titik evaluasi kebetulan berada di kisaran nilai data yang representatif.

3.2.2 Kesesuaian dan Pertentangan dengan Penelitian Terdahulu

Temuan penelitian ini sebagian konsisten dan sebagian bertentangan dengan hasil penelitian terdahulu. Di satu sisi, hasil ini konsisten dengan temuan Trefethen, (2021) yang secara eksplisit menyatakan bahwa konvergensi metode kuadratur Gauss melemah secara signifikan pada fungsi yang tidak beraturan, sehingga peningkatan orde tidak selalu menghasilkan peningkatan akurasi yang monoton. Hasil ini juga konsisten dengan Suhendra et al. (2024) yang menemukan bahwa performa metode integrasi numerik sangat bergantung pada karakteristik fungsi yang diintegrasikan, bukan semata-mata pada kompleksitas metode yang digunakan. Di sisi lain, temuan ini bertentangan dengan ekspektasi teoritis (Murakami et al., 2026) yang menyimpulkan bahwa Gauss-Legendre secara inheren lebih unggul dari Newton-Cotes pada jumlah titik yang sama, karena pada data non-smooth seperti curah hujan harian ini keunggulan tersebut tidak termanifestasi secara konsisten. Lebih jauh, dominasi $n = 2$ sebagai orde

terbaik pada penelitian ini menegaskan argumen Siswanto et al. (2022) bahwa pendekatan adaptif yang mempertimbangkan distribusi data aktual lebih dapat diandalkan dibandingkan penerapan orde kuadratur tinggi secara seragam pada data empirik heterogen.

Temuan yang paling signifikan sekaligus paling paradoksal adalah bahwa orde $n = 2$ yang hanya menggunakan dua titik evaluasi justru menghasilkan galat terkecil (17,05%), mengalahkan orde yang lebih tinggi termasuk $n = 6$ dengan enam titik. Hal ini bukan berarti orde rendah selalu superior untuk data hidrologi, melainkan mencerminkan keberuntungan posisi (*positional luck*) kedua titik evaluasi yang secara tidak sengaja jatuh di posisi yang cukup representatif untuk dataset ini. Pada dataset curah hujan yang berbeda dengan distribusi kluster yang berbeda, orde $n = 2$ kemungkinan besar akan menghasilkan galat yang sangat berbeda pula, bahkan berpotensi menjadi yang terburuk.

3.2.3 Implikasi Teoritis dan Terapan

Secara teoritis, hasil penelitian ini memberikan dua implikasi penting bagi pengembangan literatur integrasi numerik pada data klimatologi diskrit. Pertama, penelitian ini mempertegas bahwa asumsi kemulusan (*smoothness assumption*) yang menjadi fondasi teoretis metode Gauss-Legendre tidak terpenuhi pada data curah hujan harian yang bersifat heterogen dengan banyak nilai nol dan kluster hujan terlokalisasi, sehingga konvergensi galat yang bersifat non-monoton bukan merupakan anomali melainkan konsekuensi yang dapat diprediksi secara teoritis. Kedua, ekspansi rentang orde hingga $n = 6$ yang dilakukan dalam penelitian ini mengkonfirmasi bahwa penambahan titik evaluasi melampaui batas konvensional $n = 5$ tidak memberikan peningkatan akurasi yang signifikan dan konsisten, bahkan dapat menghasilkan estimasi yang lebih menyimpang sebagaimana tampak pada kasus $n = 6$ yang melebihi nilai aktual sebesar 60,949 mm.

Secara terapan, hasil penelitian ini memiliki implikasi langsung bagi pengelola BBWS Bengawan Solo dan instansi terkait dalam dua aspek. Pertama, penerapan metode Gauss-Legendre tunggal dengan orde tertentu pada data curah hujan harian tidak dapat diandalkan secara universal sebagai basis perhitungan akumulasi untuk sistem peringatan dini banjir, mengingat galat yang dihasilkan dapat mencapai 77,90% dalam kasus terburuk. Strategi yang lebih andal adalah menerapkan validasi lintas orde secara simultan dan menggunakan nilai median dari beberapa estimasi orde sebagai hasil akhir, alih-alih bergantung pada satu orde saja. Kedua, mengingat kejadian banjir besar Solo Raya April 2026 yang berdampak pada ribuan jiwa, keandalan metode perhitungan akumulasi curah hujan memiliki implikasi keselamatan yang nyata, sehingga investasi dalam pengembangan metode numerik adaptif yang mempertimbangkan distribusi data aktual menjadi prioritas yang dapat dipertanggungjawabkan secara ilmiah dan sosial.

4. SIMPULAN

Penelitian ini berhasil menerapkan metode Kuadratur Gauss-Legendre dengan variasi orde $n = 2$ hingga $n = 6$ pada data curah hujan harian diskrit Pos Jurug 2 periode 17 Maret–15 April 2026. Adaptasi metode dilakukan melalui dua langkah utama, yaitu transformasi interval menggunakan formula $x_i = 15t_i + 16$ untuk memetakan titik baku ke posisi hari aktual, dan interpolasi linear untuk mendapatkan nilai fungsi pada titik evaluasi non-integer. Seluruh proses komputasi berhasil diimplementasikan secara transparan dan dapat direproduksi menggunakan Microsoft Excel, membuktikan bahwa metode ini layak diterapkan pada data hidrologi operasional tanpa memerlukan perangkat lunak khusus.

Nilai akumulasi curah hujan yang dihasilkan oleh kelima orde bervariasi sangat lebar terhadap nilai aktual $I_{\text{aktual}} = 353,5$ mm. Hasil perhitungan masing-masing orde adalah 293,222 mm untuk $n = 2$ (galat 17,05%), 78,114 mm untuk $n = 3$ (galat 77,90%), 289,299 mm untuk $n = 4$ (galat 18,16%), 252,338 mm untuk $n = 5$ (galat 28,62%), dan 414,449 mm untuk $n = 6$ (galat 17,24%). Rentang estimasi yang sangat lebar ini mencerminkan tingginya sensitivitas metode terhadap posisi titik evaluasi pada data curah hujan yang bersifat heterogen.

Berdasarkan perbandingan galat relatif, orde $n = 2$ menghasilkan estimasi terbaik dengan galat terkecil sebesar 17,05%, diikuti $n = 6$ (17,24%), $n = 4$ (18,16%), $n = 5$ (28,62%), dan $n = 3$ sebagai yang terburuk dengan galat 77,90%. Urutan kinerja ini tidak berkorelasi dengan tinggi rendahnya orde, yang menunjukkan bahwa penambahan jumlah titik evaluasi tidak secara otomatis meningkatkan akurasi estimasi pada data bertipe diskrit. Temuan ini sekaligus menjawab pertanyaan penelitian ketiga bahwa tidak ada orde yang secara konsisten optimal untuk semua kondisi data.

Pola konvergensi galat yang dihasilkan bersifat non-monoton dan menyimpang drastis dari ekspektasi teoritis metode Gauss-Legendre. Fenomena ini merupakan konsekuensi langsung dari sifat non-smooth data curah hujan harian yang tidak memenuhi asumsi kemulusan fungsi yang menjadi fondasi teoretis metode ini, di mana 13 dari 31 hari pengamatan bernilai nol dan kluster hujan dominan terkonsentrasi hanya pada beberapa hari tertentu. Kondisi tersebut menjadikan posisi titik evaluasi relatif terhadap kluster hujan dominan sebagai faktor penentu akurasi yang jauh lebih dominan dibandingkan jumlah titik evaluasi itu sendiri.

Secara keseluruhan, penelitian ini menegaskan bahwa penerapan metode Gauss-Legendre pada data curah hujan harian tidak dapat mengandalkan satu orde tunggal secara universal sebagai basis estimasi akumulasi yang andal. Validasi lintas orde secara simultan sebelum hasil estimasi digunakan sebagai dasar pengambilan keputusan merupakan strategi yang lebih prudent, khususnya dalam konteks sistem peringatan dini banjir yang memiliki implikasi keselamatan langsung. Penelitian ini memberikan

kontribusi nyata berupa bukti empiris pertama tentang perilaku konvergensi Gauss-Legendre pada data curah hujan harian riil dari pos hidrologi operasional di DAS Bengawan Solo.

5. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Balai Besar Wilayah Sungai (BBWS) Bengawan Solo atas ketersediaan data curah hujan harian melalui portal Sistem Informasi Hidrologi yang dapat diakses secara publik di <https://hidrologi.bbws-bsolo.net>. Keterbukaan data ini memungkinkan penelitian dilaksanakan dengan basis data yang valid, terverifikasi, dan dapat dipertanggungjawabkan secara ilmiah.

Apresiasi juga disampaikan kepada BPBD Kota Surakarta, BPBD Kabupaten Sukoharjo, dan BPBD Provinsi Jawa Tengah atas ketersediaan informasi dan dokumentasi terkait kejadian banjir Solo Raya pada 14-15 April 2026 yang menjadi konteks urgensi penelitian ini. Data dampak banjir yang disediakan oleh ketiga instansi tersebut memperkuat relevansi praktis temuan penelitian terhadap kebutuhan manajemen risiko banjir di DAS Bengawan Solo.

Penulis juga menyampaikan penghargaan kepada seluruh pihak yang telah memberikan masukan konstruktif dalam proses penyusunan dan penyempurnaan naskah ini, sehingga penelitian dapat disajikan dengan kualitas akademik yang dapat dipertanggungjawabkan.

6. REKOMENDASI

Penelitian ini menguji metode Gauss-Legendre hanya pada data dari satu pos pemantauan, yaitu Pos Jurug 2, sehingga generalisasi temuan terhadap seluruh wilayah DAS Bengawan Solo masih terbatas. Penelitian lanjutan perlu menguji penerapan metode yang sama pada data dari pos-pos lain di wilayah Solo Raya, seperti Pos Laweyan, Pos Banjarsari, dan Pos Serengan, untuk mengevaluasi apakah pola konvergensi galat non-monoton yang ditemukan bersifat konsisten lintas pos atau bergantung pada karakteristik distribusi curah hujan lokal masing-masing wilayah. Perluasan cakupan spasial ini akan menghasilkan rekomendasi orde yang lebih representatif untuk kebutuhan operasional BBWS Bengawan Solo secara menyeluruh.

Penelitian ini menggunakan interpolasi linear sebagai satu-satunya metode estimasi nilai fungsi pada titik evaluasi non-integer, yang memiliki keterbatasan dalam merepresentasikan perubahan non-linear antara dua hari berurutan. Penelitian selanjutnya disarankan untuk membandingkan hasil interpolasi linear dengan metode interpolasi yang lebih tinggi derajatnya, seperti interpolasi polinomial Lagrange atau interpolasi spline kubik, guna mengeksplorasi apakah pemilihan metode interpolasi memberikan pengaruh signifikan terhadap akurasi estimasi. Pemilihan metode

interpolasi yang lebih sesuai dengan karakteristik data curah hujan berpotensi mengurangi salah satu sumber galat yang tidak dapat dihindari dalam penelitian ini.

Mengingat galat yang sangat tinggi dapat terjadi pada orde tertentu hingga mencapai 77,90%, penelitian selanjutnya perlu mengembangkan dan menguji strategi validasi lintas orde secara otomatis sebagai protokol standar. Strategi yang dapat dieksplorasi antara lain penggunaan nilai rata-rata berbobot dari beberapa orde terbaik, nilai median dari seluruh orde, atau skema eliminasi outlier sebelum pengambilan nilai akhir. Pengembangan protokol semacam ini akan membuat sistem perhitungan akumulasi curah hujan lebih robust terhadap anomali posisi titik evaluasi yang bersifat deterministik pada metode Gauss-Legendre.

Perbandingan langsung antara metode Gauss-Legendre dan metode Newton-Cotes, yaitu Trapezium dan Simpson, pada dataset yang sama juga perlu dilakukan sebagai penelitian lanjutan. Perbandingan ini akan memberikan rekomendasi yang lebih komprehensif dan berbasis bukti empiris kepada pengelola BBWS Bengawan Solo tentang metode integrasi numerik mana yang paling andal untuk keperluan operasional sistem peringatan dini banjir. Mengacu pada temuan Suhendra dkk. (2024) dan Kareem dkk. (2023), terdapat indikasi kuat bahwa metode Simpson dapat memberikan hasil yang lebih stabil pada data diskrit non-smooth dibandingkan Gauss-Legendre orde rendah.

Hambatan mendasar yang diidentifikasi dalam penelitian ini adalah sifat deterministik posisi titik evaluasi Gauss-Legendre yang ditentukan sepenuhnya oleh akar polinomial Legendre tanpa mempertimbangkan distribusi aktual data. Pengembangan skema kuadratur adaptif yang menggabungkan keunggulan efisiensi Gauss-Legendre dengan kemampuan penyesuaian posisi titik terhadap karakteristik distribusi data aktual, sebagaimana dirintis oleh Asgedom & Kefela (2026), merupakan arah penelitian yang paling menjanjikan untuk mengatasi hambatan ini secara fundamental. Jika skema adaptif semacam itu berhasil dikembangkan dan divalidasi pada data curah hujan harian DAS Bengawan Solo, maka potensi penerapannya dalam sistem peringatan dini banjir yang presisi dan andal akan sangat signifikan bagi manajemen risiko hidrometeorologi di wilayah Solo Raya dan sekitarnya.

7. REFERENSI

- Abramowitz & Stegun. (1972). *Mathematical Tables Abramowitz & Stegun*.
- Chandra Wijaya, R., & Lasminto, U. (2020). *Model Analisis Faktor Sebaran Data Curah Hujan Tahunan*.
- Istiqomah, D. A., & Wibowo, A. (2025). Optimalisasi Titik pada Kuadratur Gauss-Legendre dalam Evaluasi Akurasi Integral Numerik Berbasis Maple. *JagoMIPA: Jurnal Pendidikan Matematika Dan IPA*, 5(3), 777–786. <https://doi.org/10.53299/jagomipa.v5i3.1835>
- Kareem, H. J., Abdulwahid, M. A., & Hasini, H. (2023). Experimental investigation of holdup fraction using the trapezoidal rule, Simpson's rule and the average offset formula in

- perforated horizontal wellbore. *Results in Engineering*, 18. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2023.101131>
- Murakami, E., Shionoya, T., Komenoi, S., Suzuki, Y., & Sakane, F. (2026). Cloning and characterization of novel testis-Specific diacylglycerol kinase η splice variants 3 and 4. *PLoS ONE*, 11(9). <https://doi.org/10.1371/journal.pone>
- Nurlatifah, A., Hatmaja, R. B., & Rakhman, A. A. (2023). Analisis Potensi Kejadian Curah Hujan Ekstrem di Masa Mendatang Sebagai Dampak dari Perubahan Iklim di Pulau Jawa Berbasis Model Iklim Regional CCAM. *Jurnal Ilmu Lingkungan*, 21(4), 980–986. <https://doi.org/10.14710/jil.21.4.980-986>
- Pamungkas, T. H., Kariyana, I. M., & Warsana, K. B. (2025). Pemetaan Curah Hujan Menggunakan Inverse Distance Weighting (IDW) Untuk Mengurangi Risiko Bencana Hidrometeorologi di Kota Denpasar. *Jurnal Teknik Sipil*, 32(2), 147–160. <https://doi.org/10.5614/jts.2025.32.2.4>
- Setiyowati, D. A., & Ariska, M. (2024). Analisis Pola Curah Hujan Di Pulau Jawa Dengan Menggunakan Empirical Orthogonal Function (EOF). *Jurnal Pendidikan Fisika Dan Sains (JPFS)*, 7(2), 120–128. <https://doi.org/10.52188/jpfs.v7i2.788>
- Siswanto, S., Wardani, K. K., Purbantoro, B., Rustanto, A., Zulkarnain, F., Anggraheni, E., Dewanti, R., Nurlambang, T., & Dimiyati, M. (2022). Satellite-based meteorological drought indicator to support food security in Java Island. *PLoS ONE*, 17(6 June). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0260982>
- Suhendra, M. A., Assegaf, S., Robiyana, I., & Nurizati. (2024). Computational Study of Numerical Integration in Physics Applications Using Trapezoidal and Simpson's Methods. *TIME in Physics*, 2(2), 85–95. <https://doi.org/10.11594/timeinphys.2024.v2i2p85-95>
- Trefethen, L. N. (2021). *Exactness of quadrature formulas*. <http://arxiv.org/abs/2101.09501>
- Polresta Surakarta. (2026, 15 April). *Kapolresta Surakarta bersama Forkopimda turun langsung tinjau dan tangani banjir*. Diakses dari <https://polresta.surakarta.go.id>
- CNN Indonesia. (2026, 15 April). *Anak Sungai Bengawan Solo meluap, banjir melanda Sukoharjo-Solo*. Diakses dari <https://www.cnnindonesia.com>
- Kompas. (2026, 15 April). *Banjir rendam tiga daerah di Solo Raya, ribuan orang mengungsi*. Diakses dari <https://www.kompas.id>
- BPBD Jawa Tengah. (2026, 15 April). *BPBD Jateng gercep tangani banjir Solo Raya, dari evakuasi hingga kebut pompanisasi*. Diakses dari <https://jatengprov.go.id>