Griya Journal of Mathematics Education and Application
Volume 2 Nomor 2, Juni 2022
e-ISSN 2776-124X||p-ISSN 2776-1258
https://mathjournal.unram.ac.id/index.php/Griya/index

Penerapan Konsep Pewarnaan Graf Dalam Penyusunan Jadwal Kegiatan Belajar Mengajar Di SMKN

Laili Gadis Hasanah[1], Sripatmi[2], Amrullah[3], Baidowi[4]

[1]Mahasiswa Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Mataram, Mataram
[2, 3, 4] Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Mataram, Mataram
lailygadishasanah@gmail.com

Diterima:2022-06-15; Direvisi: 2022-06-30; Dipublikasi: 2022-06-30

Abstract

The problem of scheduling learning activities at SMKN 4 Mataram is the same teachers are scheduled at the same time in two class or more. The coloring graph concept can be used to find out the causes of the scheduling problems at SMKN 4 Mataram. Based on result of the application coloring graph concept generated to the chromatic number is 23 with slots number is 46 which is smaller than 55 or time slots at SMK. Because slots of chromatic number are smaller than the time slots at SMK, it is known that the causes of scheduling problems at SMKN 4 Mataram are wrong scheduling way. One of solution to this problem is to compile a schedule based on the coloring graph concept by mapping 419 subjects with 84 teachers and 55 time slots spread from Monday to Saturday. In applying the coloring graph concept, the Largest Degree Ordering (LDO) algorithm is used. It is because this algorithm is simpler than other algorithms.
Keywords: Algoritma Largest Degree Ordering (LDO), graph coloring, Scheduling

Abstrak

Permasalahan dalam penjadwalan Kegiatan Belajar Mengajar di SMKN 4 Mataram adalah terdapat guru yang terjadwal pada waktu yang sama pada dua kelas atau lebih. Konsep pewarnaan graf dapat digunakan untuk mengetahui penyebab timbulnya masalah penjadwalan di SMKN 4 Mataram. Berdasarkan hasil penerapan konsep pewarnaan graf tersebut dihasilkan banyaknya bilangan kromatik adalah 23 dengan jumlah slot yaitu 46 slot yang lebih kecil dari 55 yaitu jumlah jam pelajaran yang tersedia di SMK Karena slot bilangan kromatik lebih kecil dari jumlah jam pelajaran di SMKN 4 Mataram, maka diketahui penyebab permasalahan dalam penjadwalan di SMK adalah cara penjadwalannya. Salah satu Solusi masalah tersebut adalah menyusun jadwal berdasarkan konsep pewarnaan graf dengan mempetakan 419 Slot mata pelajaran dengan 84 guru pengampu dan 55 slot waktu yang tersebar dari hari Senin-Sabtu. Dalam penerapan konsep pewarnaan graf digunakan algoritma *Largest Degree Ordering* (*LDO*), karena langkah algoritma ini lebih sederhana dari algoritma yang lain.
Kata Kunci: Algoritma Largest Degree Ordering (LDO), Pewarnaan graf, Penjadwalan,

1. PENDAHULUAN

Penjadwalan merupakan istilah yang sering kali ditemukan dalam kehidupan sehari-hari, salah satunya penjadwalan Kegiatan Belajar Mengajar (KBM) di sekolah. Penjadwalan KBM merupakan pekerjaan rutin yang dilakukan oleh Kepala Bagian kurikulum setiap menyambut semester baru. Penjadwalan KBM di sekolah bertujuan untuk mengalokasikan mata pelajaran pada *slot* waktu tertentu dan ruang yang tersedia (Niarma dkk, 2018). Salah satu contoh masalah penjadwalan yaitu guru yang sama terjadwal dalam *slot* waktu yang sama. Hal ini disebabkan oleh mata pelajaran yang banyak, *slot* waktu yang terbatas, guru yang mengampu lebih dari satu mata pelajaran, banyaknya kelompok belajar lebih dari banyaknya ruang kelas yang tersedia, serta *human error* (kesalahan manusia) (Sari, Yulianti, & Narwen, 2017:134).

Masalah penjadwalan juga terjadi di SMK. Berdasarkan hasil observasi jadwal KBM semester ganjil dan genap tahun ajaran 2019/2020 yang berlaku 21 Juli sampai dengan 10 Desember dan 2 januari sampai 20 juni 2020 ditemukan masalah penjadwalan dimana guru yang sama terjadwal pada *slot* waktu yang bersamaan. Salah satunya Guru mata pelajaran PJOK (Pendidikan, Jasmani, Olahraga, dan Kesehatan). Jadwal mengajar guru tersebut pada hari Rabu *slot* waktu ke 1-2 di kelas X Akomodasi Perhotelan 1 tumpang-tindih dengan jadwal di kelas X Akomodasi Perhotelan 3. SMKN 4 Mataram memiliki 416 mata pelajaran, 84 guru, 55 *slot* waktu, dan 28 guru yang mengampu lebih dari satu mata pelajaran. Dengan keadaan tersebut maka diperlukan jadwal yang tidak saling tumpang-tindih baik dalam hal ruang belajar, guru, dan *slot* waktu. Penjadwalan KBM di SMk masih dilakukan secara manual. Penjadwalan secara manual akan membutuhkan waktu yang lama dan selalu terdapat kemungkinan pelanggaran batasan-batasan akibat kesalahan manusia (*human error)* (Yahya, Zakaria, & Yahya, 2013:2).

Masalah ini dapat diselesaikan dengan salah satu konsep dalam teori graf yaitu dengan pewarnaan graf (Purwanto, 2010; Dewi, 2014; Fahrudin 2014) . Graf digunakan untuk merepresentasikan objek dalam kehidupan nyata menjadi simpul sedangkan hubungan objek tersebut dapat di representasikan sebagai sisi dalam graf (Wijaya, 2009) . Konsep-konsep dalam teori graf biasanya muncul sesuai dengan kebutuhan dan kenyataan yang terjadi pada bidang tersebut (Setyawan, 2014:261). Pewarnaan graf telah banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari untuk menggambarkan berbagai macam struktur yang ada, misalnya struktur organisasi, rute jalan, penjadwalan penerbangan, kereta api serta penjadwalan kegiatan belajar-mengajar. Tujuannya untuk menggambarkan objek-objek agar lebih mudah dimengerti. Pewarnaan graf juga diadopsi dalam permainan angka atau dikenal dengan Sudoku dan dalam pencocokan string (Manongga & Nataliani, 2013:149), pewarnaan peta, pemasangan frekuensi radio, dan penyimpanan senyawa kimia berbahaya (Sari, Armiati, & Mirna, 2014:2).

Penyelesaian masalah tumpang-tindihnya jadwal menggunakan pewarnaan graf ini akan memudahkan kepala bagian akademik untuk menemukan Penyebab permasalahan tumpang-tindihnya jadwal serta menentukan solusi penjadwalan KBM di SMK. Ada beberapa kemungkinan penyebab tumpang-tindihnya jadwal yaitu keterbatasan *slot* waktu, ruang kelas atau banyak guru. Tujuan penelitian ini adalah mengidentifikasi penyebab tumpang-tindihnya jadwal Kegiatan Belajar Mengajar dan mendapatkan jadwal Kegiatan Belajar Mengajar tanpa tumpang-tindih di SMK

2. METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah penelitian terapan. Menurut KBBI (Kamus Besar Bahasa Indonesia) penelitian terapan yaitu salah satu jenis penelitian yang bertujuan untuk memberikan solusi atas permasalahan tertentu secara praktis. Penelitian ini tidak berfokus pada pengembangan sebuah ide, teori, atau gagasan, tetapi lebih berfokus kepada penerapan penelitian tersebut dalam kehidupan sehari-hari. Ciri utama dari penelitian ini adalah tingkat abstraksi yang rendah, dan manfaat atau dampaknya dapat dirasakan secara langsung. Sumber data yang digunakan adalah data sekunder dari SMKN 4 Mataram. Untuk himpunan simpulnya adalah semua *slot* mata pelajaran dan himpunan sisinya adalah semua Guru mata pelajaran yang terdapat pada Semester Genap tahun 2019/2020 di SMK. Adapun langkah penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Membuat Matriks Bersisian

   Menurut Munir (2016) Matriks $A = [a_{ij}]$, adalah matriks bersisian A yang merepresentasikan hubungan *slot* mata pelajaran dengan guru (simpul i dengan sisi j) maka :

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{jika simpul } i \text{ Bersisian dengan sisi } j \\ 0 & \text{jika simpul } i \text{ tidak bersisian dengan sisi } j \end{cases}$$

2. Membuat Matriks Bertetangga

   Menurut Manik (2013) Matriks $B = [b_{ij}]$, dinamakan matriks bertetangga B yang merepresentasikan hubungan *slot* mata pelajaran dengan *slot* mata pelajaran (simpul i dengan simpul j) maka langkah membuat matriks bertetangga adalah sebagai berikut:

   a. Membuat matriks bertetangga *slot* mata pelajaran dengan *slot* mata pelajaran berdasarkan Matriks bersisian.

$$b_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{jika kedua simpul } i\ dan\ j \text{ bersisian dengan sisi yang sama} \\ 0 & \text{jika kedua simpul } i\ dan\ j\ tidak \text{ bersisian dengan sisi yang sama} \end{cases}$$

   b. Matriks $A = [a_{ij}]$merupakan matriks bertetangga dalam graf dengan ;

$$b_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & jika\ ada\ sisi\ yang\ menghubungkan\ (v_i, v_j) \\ 0 & jika\ tidak\ ada\ sisi\ yang\ menghubungkan\ (v_i, v_j) \end{bmatrix}$$

3. Menerapkan Algoritma LDO

   Menurut Astuti (2011) Algoritma Welch-Powell adalah salah satu algoritma pewarnaan graf yang bekerja berdasarkan teknik Algoritma LDO. Pewarnaan graf dengan Welch-Powell dapat menghasilkan jadwal yang optimal (Sunarni, 2018). Menurut Munir (2016) Langkah menerapkan algoritma LDO adalah sebagai berikut :

   a. Urutkan titik-titik pada graf dalam derajat menurun.

   b. Gunakan satu warna untuk mewarnai simpul pertama (yang mempunyai derajat tertinggi) dan simpul-simpul lain (dalam urutan yang berurut) yang tidak bertetangga dengan simpul pertama.

   c. Mulai lagi dengan simpul derajat tertinggi berikutnya di dalam daftar terurut yang belum diwarnai dan ulangi proses pewarnaan simpul dengan menggunakan warna kedua.

d. Ulangi penambahan warna-warna sampai semua simpul telah diwarnai.

4. Menghitung Banyak Warna

Ada dua kemungkinan hasil penentuan banyak warna setelah menerapkan algoritma LDO yaitu:

a. Banyak warna dan jumlah *slot* setiap warna lebih besar dari banyak *slot* waktu yang tersedia di SMKN 4 Mataram . Jika hal ini terjadi maka penyusunan yang bersesuaian dilakukan dengan menambah *slot* waktu yang tersedia.

b. Banyak warna dan jumlah *slot* setiap warna lebih kecil atau sama dengan banyak *slot* waktu yang tersedia di SMKN 4 Mataram. Jika hal ini terjadi maka penyusunan jadwal yang bersesuaian dilakukan tanpa menambah *slot* waktu yang tersedia di SMKN 4 Mataram

5. Menyusun Jadwal

Setelah penerapan algoritma LDO dilakukan, maka didapatkan banyaknya jadwal kelompok mata pelajaran berdasarkan warna yang sama. Satu kelompok jadwal mata pelajaran dengan warna sama dapat dilaksanakan waktunya secara bersamaan dengan ruang yang berbeda tanpa mengalami ketumpangan baik dari kelompok belajar maupun guru pengampu.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Hasil

3.1.1 Pengumpulan Data

SMK memiliki 419 *slot* mata pelajaran, 84 guru pengampu dan jumlah kelompok belajar adalah 35 kelas yang terbagi kedalam 5 jurusan yaitu Akomodasi perhotelan, Tata boga, Tata busana, kecantikan, dan Usaha perjalanan wisata. Adapun jumlah *slot* waktu yang tersedia di SMKN 4 Mataram adalah 55 *slot*.

3.1.2 Pengolahan Data

Dalam pembuatan matriks bersisian, *slot* mata pelajaran dipandang sebagai titik/simpul dan guru sebagai sisi. Matriks bersisian M untuk seluruh *slot* mata pelajaran dan guru pengampu berukuran 419 x 84 dan digambarkan sebagai berikut:

$$M_{419\times 84} = \begin{bmatrix} MA_{178\times 84} \\ MB_{138\times 84} \\ MC_{103\times 84} \end{bmatrix}$$

Salah satu bagian matriks $M_{419\times 84}$ yaitu $MC_{103\times 84}$ digambarkan sebagai berikut

$$MC_{103\times 84} = \begin{bmatrix} \text{A} & \text{B} & \text{C} & \text{D} & \text{E} \\ \text{F} & \text{G} & \text{H} & \text{I} & \text{J} \\ \text{K} & \text{L} & \text{M} & \text{N} & \text{O} \\ \text{P} & \text{Q} & \text{R} & \text{S} & \text{T} \\ \text{U} & \text{V} & \text{W} & \text{X} & \text{Y} \\ \text{Z} & \text{AA} & \text{AB} & \text{AC} & \text{AD} \end{bmatrix}$$

Misalkan AX adalah matriks berukuran $n \times m$ dengan sebagian besar elemennya bernilai nol (0) dan yang lainnya bernilai satu (1). Matriks AX tersebut dapat ditulis sebagai : $AX^* = \left[a_1, a_2, a_3, \dots\dots, a_j\right]_{k\times l}$. Matriks bersisian AX^*adalah Matriks bersisian yang terdiri k baris dan l kolom yang semua elemennya bernilai nol kecuali $a_1, a_2, a_3, \dots\dots, a_j$ bernilai Satu dimana $a_j = (i,j)$ menyatakan elemen matriks bersisian pada baris ke i dan kolom j.

Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ditulis menjadi $A = [(1,3),(2,2),(2,4),(3,1),(3,2)]_{3\times 4}$ yang artinya Matriks A adalah Matriks bersisian dengan 3 baris dan 4 kolom yang semua elemennya bernilai nol (0) kecuali $(1,3),(2,2),(2,4),(3,1),(3,2)$ bernilai satu (1).

Matriks bersisian MC terdiri dari matriks berikut:

1. $A^* = [(3,11),(5,6),(5,8),(10,15),(13,11),(15,6),(20,15)]_{20\times 20}$
2. $B^* = [4,11),(8,1),(14,10),(18,1)]_{20\times 20}$
3. $C^* = [(6,9),(7,12),(16,9)]_{20\times 20}$
4. $D^* = [(1,9),(2,2),(9,19),(11,5),(12,2),(16,3),(19,16]_{20\times 20}$
5. E^* adalah matriks bersisian dengan 20 baris dan 4 kolom yang semua elemennya bernilai 0.
6. $F^* = \begin{bmatrix} (3,11),(5,6),(5,8),(10,14),(11,19),(12,14),(18,6),(18,8), \\ (19,11),(20,19) \end{bmatrix}_{20\times 20}$
7. $G^* = [(4,10),(8,1),(13,9]_{20\times 20}$
8. $H^* = [(6,9),(7,12),(15,11),(16,13)\ ]_{20\times 20}$
9. $I^* = [(1,9),(2,2),(9,17),(14,17),(17,11]_{20\times 20}$
10. J^* adalah matriks bersisian dengan 20 baris dan 4 kolom yang semua elemennya bernilai 0.
11. $K^* = \begin{bmatrix} (1,13),(7,6),(7,8),(8,11),(9,19),(10,14),(16,6),(16,8), \\ (17,11),(18,11) \end{bmatrix}_{20\times 20}$
12. $L^* = [(2,9),(11,7),(20,10)\ ]_{20\times 20}$
13. $M^* = [(3,8),(4,11),(5,13),(12,8),(14,11)\ ]_{20\times 20}$

14. $N^* = [(6,11),(13,6),(15,11),(19,10)]_{20\times20}$
15. O^*adalah matriks bersisian dengan 20 baris dan 4 kolom yang semua elemennya bernilai 0.
16. $P^* = \begin{bmatrix}(2,6),(2,8),(4,14),(6,18),(8,11),(12,6),(12,8),(14,3), \\ (16,18),(19,6),(19,8)\end{bmatrix}_{20\times20}$
17. $Q^* = [(10,7)\ ]_{20\times20}$
18. $R^* = [(1,18),(5,18),(7,20),(11,18),(15,18),(17,20),(20,16)\ ]_{20\times20}$
19. $S^* = [(3,10),(9,10),(13,10),(18,1)]_{20\times20}$
20. T^* adalah matriks bersisian dengan 20 baris dan 4 kolom yang semua elemennya bernilai 0.
21. $U^* = \begin{bmatrix}(2,11),(3,20),(4,14),(7,6),(7,8),(10,11),(11,20), \\ (12,14),(15,11),(16,14),(20,18)\end{bmatrix}_{20\times20}$
22. $V^* = [(5,7),(13,11),(17,11)\ ]_{20\times20}$
23. $W^* = [(1,6),(8,16),(9,6)\ ]_{20\times20}$
24. $X^* = [(6,1),(14,4),(18,16),(19,8)\ ]_{20\times20}$
25. Y^* adalah matriks bersisian dengan 20 baris dan 4 kolom yang semua elemennya bernilai 0.
26. $Z^* = [(2,6),(2,8)\ ]_{3\times20}$
27. AA^* adalah matriks bersisian dengan 3 baris dan 20 kolom yang semua elemennya bernilai 0.
28. $AB^* = [(1,15)\ ]_{3\times20}$
29. $AC^* = [(3,8)\ ]_{3\times20}$
30. AD^* adalah matriks bersisian dengan 3 baris dan 4 kolom yang semua elemennya bernilai 0..

Matriks bertetangga MK untuk seluruh *Slot* mata pelajaran dengan *slot* mata pelajaran berukuran 419 x 419 dan digambarkan sebagai berikut:

$$MK = \begin{bmatrix} MKA_{178\times178} & MKB_{178\times138} & MKC_{178\times103} \\ MKD_{138\times178} & MKE_{138\times138} & MKF_{138\times103} \\ MKG_{103\times178} & MKH_{103\times138} & MKI_{103\times103} \end{bmatrix}$$

Salah satu bagian dari matriks bertetangga MK adalah MKI yang digambarkan sebagai berikut:

A B C D E F

$$MKI_{103\times103} = \begin{bmatrix} G & H & I & J & K & L \end{bmatrix}$$

Matriks bertetangga MKI terdiri atas beberapa matriks berikut

1. $$A^* = \begin{bmatrix} (2{,}12),(3{,}13),(5{,}15),(6{,}16),(8{,}18),(10{,}20),(12{,}2), \\ (15{,}5),(16{,}6),(18{,}8),(20{,}10),(21{,}1),(22{,}2),(22{,}12), \\ (23{,}13),(24{,}14),(25{,}5),(25{,}15),(26{,}6),(26{,}16),(27{,}7), \\ (28{,}8),(28{,}18),(38{,}5),(38{,}15),(39{,}13),(47{,}5),(47{,}15), \\ (48{,}13) \end{bmatrix}_{52\times20}$$

2. $$B^* = \begin{bmatrix} (1{,}1),\ (2{,}2),\ (3{,}3),\ (3{,}19),\ (5{,}5),\ (5{,}18),\ (6{,}6), \\ (7{,}7),\ (8{,}8),\ (12{,}2),\ (13{,}3),\ (13{,}19),\ (14{,}4),\ (15{,}5), \\ (15{,}18),\ (16{,}6),\ (18{,}8),\ (23{,}19),\ (25{,}18),\ (29{,}14),\ (30{,}12), \\ (31{,}20),\ (32{,}10),\ 34{,}9),\ (38{,}5),\ (39{,}3),\ (40{,}11),\ (42{,}13), \\ (44{,}15),\ (45{,}16),\ (46{,}17),\ (47{,}5),\ (47{,}18),\ (48{,}3),\ (48{,}19), \\ (49{,}11),\ (49{,}20),\ (50{,}10),\ (50{,}12) \end{bmatrix}_{52\times20}$$

3. $$C^* = \begin{bmatrix} (3{,}8),(3{,}17),(3{,}18),(5{,}7),(5{,}16),(13{,}8),(13{,}17), \\ (13{,}18),(14{,}20),(15{,}7),(15{,}16),(23{,}8),(23{,}17),(23{,}18), \\ (24{,}20),\ (25{,}7),(25{,}16),(30{,}10),(31{,}9),(32{,}10),(33{,}2), \\ (35{,}4),(35{,}14),(36{,}5),(37{,}6),(37{,}15),(38{,}7),(38{,}16), \\ (39{,}8),(39{,}17),(39{,}18),(40{,}9),(43{,}12),(44{,}14),(46{,}15), \\ (47{,}16),(48{,}17),(48{,}18),(52{,}3) \end{bmatrix}_{52\times20}$$

4. $$D^* = \begin{bmatrix} (3{,}8),(5{,}2),(5{,}12),(13{,}8),(5{,}19),(15{,}2),(15{,}12), \\ (15{,}19),(23{,}8),(25{,}2),(25{,}12),(25{,}19),(30{,}4),(32{,}4), \\ (38{,}2),(38{,}12),(38{,}19),(39{,}8),(41{,}14),(47{,}2),(47{,}12), \\ (47{,}19),(48{,}8),(50{,}4),(51{,}10) \end{bmatrix}_{52\times20}$$

5. $$E^* = \begin{bmatrix} (3{,}2),(3{,}10),(3{,}15),(4{,}13),(4{,}17),(5{,}7),(13{,}2), \\ (13{,}10),(13{,}15),(15{,}7),(19{,}18),(23{,}2),(23{,}10),(23{,}15), \\ (25{,}7),(30{,}4),(30{,}12),(30{,}16),(32{,}4),(32{,}12),(32{,}16), \\ (38{,}7),(39{,}2),(39{,}10),(39{,}15),(47{,}7),(48{,}2),(48{,}10), \\ (48{,}15),(50{,}4),(50{,}12),(50{,}16),(51{,}5) \end{bmatrix}_{52\times20}$$

6. $F^* = [(5{,}2),(15{,}2),(38{,}2),(25{,}2),(47{,}2)\,]_{52\times3}$

7. $$G^* = \begin{bmatrix} (4{,}5),(4{,}15),(5{,}13),(6{,}13),(8{,}14),(10{,}5),(10{,}15), \\ (16{,}13),(20{,}5),(20{,}15),(27{,}5),(27{,}15),(30{,}13),(35{,}5), \\ (35{,}15),(38{,}13),(41{,}4),(43{,}13),(45{,}4),(46{,}19),(50{,}5), \\ (50{,}15) \end{bmatrix}_{51\times20}$$

8. $$H^* = \begin{bmatrix} (2{,}15),(3{,}17),(4{,}5),(4{,}18),(5{,}3),(5{,}19),(6{,}3), \\ (6{,}19),(8{,}4),(10{,}5),(10{,}18),(12{,}10),(12{,}12),(16{,}3), \\ (16{,}19),(20{,}5),(20{,}18),(27{,}5),(27{,}18),(30{,}3),(30{,}19), \\ (32{,}10),(32{,}12),(35{,}5),(35{,}18),(38{,}3),(38{,}19),(40{,}10), \\ (40{,}12),(43{,}3),(43{,}19),(44{,}10),(44{,}12),(50{,}5),(50{,}18) \end{bmatrix}_{51\times20}$$

9. $$I^* = \begin{bmatrix} (2,4),(3,6),(4,7),(5,8),(5,18),(6,8),(6,17), \\ (10,7),(10,16),(11,19),(12,10),(16,8),(16,17),(16,18), \\ (17,19),(18,11),(20,7),(20,16),(21,19),(22,1),(27,7), \\ (27,16),(30,8),(30,17),(30,18),(32,10),(33,11),(35,7), \\ (35,16),(38,8),(38,17),(38,18),(40,10),(43,8),(43,17), \\ (43,18),(44,10),(50,7),(50,16) \end{bmatrix}_{51\times 20}$$

10. $$J^* = \begin{bmatrix} (4,2),(4,12),(4,19),(5,8),(6,8),(7,3),(7,9), \\ (7,13),(9,5),(9,11),(9,15),(10,12),(10,19),(11,9), \\ (11,13),(13,1),(13,11),(13,15),(14,16),(15,17),(17,3), \\ (17,13),(19,1),(19,5),(19,15),(20,2),(20,19),(21,3), \\ (21,9),(23,1),(23,5),(23,11),(24,6),(25,7),(27,2), \\ (27,12),(30,8),(32,4),(33,10),(34,18),(35,2),(35,12), \\ (35,19),(36,20),(38,8),(40,4),(43,8),(44,4),(48,6), \\ (48,16),(50,2),(50,12),(50,19) \end{bmatrix}_{51\times 20}$$

11. $$K^* = \begin{bmatrix} (4,7),(5,2),(5,10),(5,15),(6,2),(6,10),(6,15), \\ (10,7),(12,4),(12,12),(12,16),(14,20),(16,2),(16,10), \\ (16,15),(18,5),(20,7),(24,20),(26,6),(27,7),(28,8), \\ (29,9),(30,10),(30,15),(31,11),(32,12),(32,16),(37,1), \\ (38,2),(38,15),(39,3),(40,4),(40,16),(41,17),(43,2), \\ (43,10),(44,4),(44,12),(45,13),(50,7),(51,19) \end{bmatrix}_{51\times 20}$$

12. $L^* = [(4,2),(10,2),(20,2),(27,2),(35,2),(47,3)]_{51\times 3}$

Dari matriks bertetangga yang dihasilkan di dapatkan 76 graf lengkap yang saling asing. Berdasarkan langkah algoritma LDO pada graf lengkap, maka hasil bilangan kromatiknya adalah jumlah simpul terbesar pada graf lengkap tersebut. Karena 76 graf lengkap yang dihasilkan saling asing maka bilangan kromatik dari 76 graf tersebut adalah bilangan kromatik pada graf lengkap terbesar.

Graf lengkap terbesar memiliki banyak simpul 23 sehingga bilangan kromatiknya sama dengan banyak simpulnya yaitu 23. Hal ini sesuai dengan pendapat Munir(2016) dan Daniel (2019) tentang graf lengkap yaitu Jika suatu graf lengkap memiliki n simpul maka setiap simpul akan memiliki derajat yang sama yaitu $n-1$ dan hasil bilangan kromatiknya adalah n.

Tabel 1. Hasil pewarnaan graf lengkap dengan derajat terbesar

Derajat	Warna	Matriks Bertetangga
22	1	XIAP1I
22	2	XIAP2I
22	3	XIAP3I
22	4	XIBG1F
22	5	XIBG2F
22	6	XIBG3F
22	7	XIKC1C
22	8	XIKC2C
22	9	XIBS1J

Derajat	Warna	Matriks Bertetangga
22	10	XIBS2J
22	11	XIUP1J
22	12	XIUP2J
22	13	XIIAP1E
22	14	XIIAP2E
22	15	XIIAP3E
22	16	XIIBG1H
22	17	XIIBG2H
22	18	XIIBG3H
22	19	XIIKC1E
22	20	XIIKC2E
22	21	XIIBS1B
22	22	XIIBS2B
22	23	XIIUP1I

Setelah penerapan algoritma LDO pada 76 graf lengkap selesai, di dapatkan 23 banyak warna. Penyusunan jadwal dilakukan berdasarkan hasil penerapan algoritma LDO dan penghitungan banyak warna. Warna yang berbeda tidak boleh berada dalam *slot* waktu yang sama. Dalam penyusunan jadwal dapat juga disusun berdasarkan graf lengkapnya dengan ketentuan simpul pada graf lengkap yang sama tidak boleh berada dalam satu *slot*.

3.2 PEMBAHASAN

3.2.1 Matriks bersisian dan Matriks Bertetangga

Pada matriks bersisian *slot* mata pelajaran dipandang sebagai simpul dalam graf dan guru dipandang sebagai sisi. Jumlah *slot* mata pelajaran adalah 419 dan jumlah guru adalah 84. Matriks bersisian merepresentasikan hubungan antara simpul dan sisi dalam graf. Sebuah simpul merepresentasikan mata pelajaran dan sisi merepresentasikan guru sehingga matriks bersisian yang akan diperoleh merepresentasikan hubungan antara mata pelajaran dengan guru. Ukuran matriks bersisian yang diperoleh adalah 419 x 84. Elemen matriks bersisian m_{ij} akan bernilai 1 jika simpul i bersisian dengan sisi j Dan akan bernilai 0 jika simpul i tidak bersisian dengan sisi j. Setiap simpul akan bersisian dengan paling sedikit satu sisi. Hal ini dikarenakan setiap mata pelajaran diampu paling sedikit oleh satu guru. Pada matriks bersisian yang dihasilkan terdapat 35 simpul yang bersisian dengan 2 simpul dan 384 simpul yang bersisian dengan sebuah simpul saja. Untuk simpul yang bersisian dengan 2 sisi maka ini merepresentasikan bahwa mata pelajaran tersebut diampu oleh dua guru contohnya *slot* mata pelajaran agama.

Matriks bertetangga merepresentasikan hubungan antara simpul dengan simpul, dimana simpul adalah representasi dari *slot* mata pelajaran. Matriks bertetangga menggambarkan hubungan antara *slot* mata pelajaran tertentu dengan *slot* mata pelajaran lain, jika kedua *slot* mata pelajaran tersebut diampu oleh guru yang sama maka elemen matriksnya bernilai 1 (satu). Jika kedua *slot* mata pelajaran tersebut diampu oleh guru yang berbeda maka elemen matriksnya bernilai 0 (nol). Untuk menentukan hubungan *slot* mata pelajaran dengan *slot* mata pelajaran lain berdasarkan elemen matriks bersisian sebelumnya. Sehingga matriks bertetangga diperoleh dengan menggunakan data matriks bersisian.

Elemen Matriks bertetangga mk_{ij} akan bernilai 1 jika simpul i dan simpul j bersisian dengan sisi yang sama pada matriks bersisian . Hal ini berarti bahwa mata pelajaran yang di representasikan sebagai simpul i dan mata pelajaran yang di representasikan sebagai simpul j diampu oleh guru yang sama. Elemen Matriks bertetangga mk_{ij} akan bernilai 0 jika simpul i dan simpul j bersisian dengan sisi yang berbeda pada matriks bersisian . Hal ini berarti bahwa mata pelajaran yang di representasikan sebagai simpul i dan mata pelajaran yang di representasikan sebagai simpul j diampu oleh guru yang berbeda. Ukuran matriks bertetangga yang dihasilkan adalah 419 x 419. Simpul yang memiliki tetangga terbanyak berjumlah 23 simpul dengan jumlah tetangga masing-masing 22. Terdapat 3(Tiga) simpul yang tidak bertetangga dengan simpul manapun, hal ini karena tidak ada simpul lain yang bersisian dengan sisi yang sama dengan sisi yang bersisian dengan ketiga simpul tersebut. Hal ini juga menggambarkan bahwa guru pengampu dari ketiga *slot* mata pelajaran tersebut tidak mengampu *slot* mata pelajaran lain.

Dari hasil matriks bertetangga sudah diketahui bahwa graf yang dihasilkan adalah kumpulan graf lengkap yang saling asing. Hal ini terlihat dari elemen matriks bertetangga terdapat sejumlah simpul n yang memiliki derajat yang sama yaitu $n-1$. Dalam Graf lengkap tersebut simpul-simpul tersebut akan bertetangga dengan semua simpul kecuali dirinya sendiri, atau dengan kata lain pada matriks bertetangga simpul tersebut akan bernilai 1 pada elemen matriks bertetangga simpul tersebut dengan semua simpul yang bertetangga dengannya.

Terdapat 76 graf lengkap yang saling asing dengan jumlah simpul terbesar 23 dan jumlah simpul terkecil adalah 1. Pada graf lengkap dengan 23 simpul, setiap simpulnya memiliki derajat yang sama yaitu 22. Graf lengkap yang hanya terdiri dari sebuah simpul maka derajatnya adalah 0 dan untuk setiap graf lengkap dengan jumlah simpul n akan memiliki derajat yang sama yaitu $n-1$.

3.2.2 Penerapan Algoritma LDO

Setelah mendapatkan hasil matriks bertetangga, kemudian baris pada matriks ketetanggan tersebut diurutkan berdasarkan simpul yang memiliki jumlah tetangga (derajat) terbesar. Dalam penerapan algoritma LDO ini, simpul yang lebih dahulu diwarnai adalah simpul yang memiliki derajat terbesar. Pada penelitian ini bentuk graf yang dihasilkan dilihat dari matriks bertetangga adalah 76 graf lengkap yang saling asing. Adapun graf lengkap yang memiliki simpul terbanyak yaitu 23 simpul dan berderajat 22. Pada pewarnaan graf lengkap menggunakan algoritma LDO, dapat dipilih salah satu dari semua simpul untuk diwarnai terlebih dahulu. Hal ini di akibatkan karena setiap simpul pada graf lengkap berderajat sama. Adapun graf lengkap yang akan diwarnai terlebih dahulu adalah graf lengkap dimana setiap simpulnya memiliki derajat terbesar. Pewarnaan pada graf lengkap jauh lebih mudah, karena banyak warna minimum yang dihasilkan selalu sama dengan jumlah simpulnya. Hal ini diakibatkan karena setiap simpul harus memiliki warna yang berbeda dengan setiap simpul lainnya. Banyak warna minimum pada graf lengkap dapat juga disebut bilangan kromatik. Pewarnaan suatu graf lengkap tidak dipengaruhi oleh graf lengkap yang lain karena semua graf lengkap saling asing. Adapun banyak warna yang dihasilkan dalam pewarnaan ini adalah banyak warna dari graf lengkap dengan derajat terbesar yaitu 23.

Pada penerapan algoritma LDO pewarnaan graf lengkap yang satu dengan graf lengkap lainnya tidak memiliki hubungan. Hal ini terjadi karena setiap graf lengkap saling asing. Graf lengkap yang memiliki derajat terbesar pertama diwarnai terlebih dahulu. Pada pewarnaan graf lengkap yang memiliki derajat terbesar di dapatkan banyak warna yaitu 23. Adapun graf lengkap yang memiliki derajat terbesar kedua boleh memiliki warna yang sama dengan pewarnaan pada graf lengkap pertama, begitupun seterusnya. Hasil banyak warna pada graf lengkap dengan derajat terbesar kedua yaitu 14 atau akan lebih kecil dari hasil banyak warna graf lengkap pertama, begitupun seterusnya. Hasil banyak warna graf lengkap akan sama dengan jumlah simpulnya. Semakin banyak simpul suatu graf lengkap akan semakin banyak pula derajat setiap simpul dan hasil banyak warnanya. Jika suatu graf lengkap memiliki n simpul maka setiap simpul akan memiliki derajat yang sama yaitu $n - 1$ dan hasil bilangan kromatiknya adalah n. Hal ini sesuai dengan pendapat Munir(2016:377) dan Daniel (2019:8) tentang graf lengkap.

3.2.3 Hasil penghitungan banyak warna

Hasil penghitungan banyak warna dilakukan dengan melihat hasil pewarnaan berdasarkan algoritma LDO. Pada hasil pewarnaan tersebut graf lengkap terbesar memiliki bilangan kromatik 23, dan graf lengkap dengan jumlah simpul yang lebih kecil akan memiliki bilangan kromatik lebih kecil juga. Bilangan kromatik pada suatu graf lengkap tidak mempengaruhi bilangan kromatik pada graf lengkap yang lain sehingga bilangan kromatik pada kumpulan graf lengkap yang saling asing adalah bilangan kromatik dari graf lengkap dengan derajat terbesar.

Bilangan kromatik yang didapatkan adalah 23, dengan total *slot* 46. Sedangkan total *slot* yang tersedia di SMK adalah 55. Total *slot* dari bilangan kromatik grf lebih kecil dari total *slot* yang tersedia di SMK. Hal ini berarti penjadwalan KBM di SMK dapat dilakukan tanpa tumpang tindih.

3.2.4 Hasil penyusunan jadwal

Hasil penyusunan jadwal dapat dilakukan dengan dua cara yaitu Mengurutkan warna yang sama dan Mengurutkan warna berdasarkan jumlah derajat terbesar suatu graf lengkap.

1. Mengurutkan warna yang sama

   Setelah warna diurutkan berdasarkan warna yang sama, didapatkan 23 kelompok warna. Setiap kelompok warna memiliki warna yang sama. Warna yang sama dapat di tempatkan pada *slot* yang sama. Contohnya pada kelompok warna 1 terdapat 76 simpul, dimana simpul-simpul ini dapat di tempatkankan pada *slot* yang sama. Pada kelompok warna 2 terdapat 73 simpul yang dapat ditempatkan pada *slot* yang sama. Kelompok warna 1 tidak boleh berada pada *slot* yang sama dengan kelompok warna 2, begitupun seterusnya kelompok warna x tidak boleh berada pada *slot* yang sama dengan kelompok warna y, dimana $x \neq y$.
2. Mengurutkan warna berdasarkan graf lengkap yang memiliki derajat terbesar

Hal ini dapat dilakukan karena bentuk graf pada penelitian ini adalah 76 graf lengkap yang saling asing. Hasil pengurutan warna berdasarkan graf lengkap yang memiliki derajat terbesar ini akan menghasilkan urutan warna setiap simpul pada graf lengkap. Untuk setiap warna yang berbeda pada graf lengkap tidak boleh berada dalam satu *slot*.

Pada penyusunan jadwal KBM menggunakan penerapan graf ini digunakan cara kedua yaitu Mengurutkan warna berdasarkan graf lengkap yang memiliki derajat terbesar. Hal ini dikarenakan beberapa kelebihan Mengurutkan warna berdasarkan graf lengkap yang memiliki derajat terbesar yaitu warna 1 pada graf lengkap pertama dapat berada pada *slot* waktu yang sama dengan warna 2 pada graf lengkap yang lain. Contohnya warna 1 pada graf lengkap pertama dapat berada pada *slot* waktu yang sama dengan warna 1,2,3….23 pada graf lengkap yang lain.

4. PENUTUP

Berdasarkan analisis hasil penelitian dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Tumpang tindih jadwal Kegiatan Belajar Mengajar di SMK terjadi karena *slot* mata pelajaran dijadwalkan secara random dan tidak memiliki acuan. Jumlah slot mata pelajaran yang banyak, ruangan yang terbatas, jumlah guru pengampu yang tidak seimbang dengan jumlah mata pelajaran serta jam pelajaran yang terbatas membuat semakin sulitnya menghindari kesalahan *slot* penjadwalan kegiatan belajar mengajar di SMK. Salah satu solusi masalah penjadwalan tersebut adalah dengan menerapkan konsep pewarnaan graf sebagai acuan. Hal ini dibuktikan dengan jumlah jam pelajaran pada bilangan kromatik yaitu 46 jam pelajaran dengan bilangan kromatiknya 23. Jam pelajaran bilangan kromatik dan bilangan kromatiknya jauh lebih kecil dari jam pelajaran yang dimiliki SMK, Sehingga dapat disimpulkan penyebab kesalahan penjadwalan di SMK adalah cara penjadwalan yang random dan tidak memiliki acuan.
2. Penjadwalan di SMK dapat dilakukan dengan menerapkan Konsep pewarnaan graf dengan memandang 419 *slot* mata pelajaran sebagai simpul dan 84 guru sebagai sisi. Pada penjadwalan ini dihasilkan 76 graf lengkap yang saling asing dengan bilangan kromatiknya 23 dan *slot* mata pelajaran pada bilangan kromatiknya adalah 46. Kelebihan dalam menggunakan konsep pewarnaan graf ini adalah dapat menjadwalkan *slot* mata pelajaran tententu pada jam pelajaran yang di inginkan. Dari 55 jam pelajaran untuk proses KBM yang tersedia di SMK hanya digunakan 47 jam pelajaran untuk penjadwalan dengan menggunakan konsep Penerapan graf.

5. REFERENSI

Astuti, S. (2011). Penyusunan Jadwal Ujian Mata Kuliah Dengan Algoritma Pewarnaan Graf *Welch Powell*. *Jurnal Dian , 11* (1), 68-74.

Daniel, F., & Taneo, P. N. (2019). *Teori Graf.* Yogyakarta: Deepublish.

Dewi, F. K. S. (2014). Pembangunan Perangkat Lunak Pembangkit Jadwal Kuliah dan Ujian dengan Metode Pewarnaan Graf. *Buana Informatika*. I (1), 57-68.

Fahrudin, A. (2014). Penjadwalan Matakuliah Otomatis pada Perguruan Tinggi menggunakan simulated annealing dan vertex graph coloring dengan algoritma largest degree ordering dan saturated degree ordering

Kebudayaan, D. P. (t.thn.). Dipetik Desember 12, 2019, dari https://kbbi.kemendikbud.go.id

Manik, N. I. (2013). *Matematika Diskrit Soal-Jawab*. Bogor: Graha Ilmu.

Manongga, D., & Nataliani, Y. (2013). *Matematika Diskrit.* Salatiga: Prenadamedia Group.

Munir, R. (2016). *Matematika Diskrit.* Bandung: Informatika Bandung.

Niarma, Pramono, B., & Tajidun, L. (2018). Aplikasi Penjadwalan Menggunakan Algoritma Welch Powell (Studi Kasus : SMA Muhammadiyah Kendari). *semanTIK , 4* (1), 1-6.

Purwanto. (2010). Matematika Diskrit. Malang: IKIP Malang.

Sari, K. P., Armiati, & Mirna. (2014). Perbandingan Algoritma Pewarnaan LDO, SDO, dan IDO pada Graf Sederhana. *Jurnal Matematika UNPAD* , 1-9.

Sari, P. W., Yulianti, L., & Narwen. (2017). Penjadwalan Kuliah dengan Algoritma Welsh-powell (Studi Kasus: Jurusan Matematika FMIPA UNAND). *Jurnal Matematika UNAND , VI* (I), 134-141.

Setyawan, Y. (2014). Visualisasi Graf Dan Algoritma-Algoritma Dalam Teori Graf Menggunakan Beberapa Paket Software. *Prosiding Seminar Nasional Aplikasi Sains & Teknologi (SNAST)2014* , 259-268.

Sunarni, T., Bendi, R., & Alfian, A. (2018) Penerapan Teknik Pewarnaan Simpul Graf Pada Permasalahan Penjadwalan Kuliah. Prosiding Ritekra. 8 (1), 84-91

Yahya, N. I., Zakaria, P., & Yahya, L. (2013). Penerapan Konsep Graf Dalam Penyusunan Jadwal Perkuliahan Di Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNG. *Jurnal Matematika UNG* , 1-12.

Wijaya, A. (2009). Matematika Diskrit. Bandung: Politeknik Telkom.