

Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Pembuktian Geometri Analitik Materi Segitiga

Anisa Widiastuti¹, Abi Suwito², Susanto²

¹ Mahasiswa Pascasarjana Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Jember, Jember

² Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Jember, Jember

anisawidiastuti99@gmail.com

Diterima: 12-11-2023; Direvisi: 22-11-2023; Dipublikasi: 25-11-2023

Abstract

The purpose of this research is to find out what mistakes students make in proving a triangle. The research subjects were students in the Analytical Geometry class at the Mathematics Education Study Program at UIN KHAS Jember. This research is a qualitative descriptive study. The data collection techniques used were observation, tests, and interviews. Based on the research results, it was found that the types of errors made by students were (1) errors in the representation of mathematical symbols, (2) errors in the contradiction of triangle inequalities, and (3) errors in writing answers and errors in the proof process.

Keywords: Triangle; Analytical Geometry; Qualitative Descriptive

Abstrak

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui kesalahan apa saja yang dilakukan mahasiswa dalam membuktikan sebuah segitiga. Subjek penelitian adalah mahasiswa kelas Geometri Analitik pada Program Studi Pendidikan Matematika UIN KHAS Jember. Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif. Adapun teknik pengumpulan data yang digunakan adalah, observasi, tes, dan wawancara. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa adalah (1) kesalahan dalam representasi simbol matematis, (2) kesalahan dalam kontradiksi ketidaksetaraan segitiga, dan (3) kesalahan dalam penulisan jawaban dan kesalahan dalam proses pembuktian.

Kata Kunci: Segitiga; Geometri Analitik; Deskriptif Kualitatif

1. PENDAHULUAN

Matematika dalam ilmunya memiliki kajian yang sangat luas dan masih sulit dipelajari oleh mahasiswa. Dalam matematika, pembuktian merupakan salah satu hal yang menjadi ciri khas yang unik dan berbeda dari disiplin ilmu yang lainnya. Pembuktian matematis memiliki peranan penting dalam bidang matematika atau pendidikan matematika. Menurut Kartini (dalam Siska Firmasari dan Heri, 2019) pembuktian matematis terdiri dari sekelompok argumen yang dihubungkan secara tepat dan logis sesuai dengan aturan inferensi dengan tujuan memvalidasi kebenaran dari suatu pernyataan. Menurut Syafri (dalam Syifa Afidah, 2021) pembuktian merupakan kebenaran dari pernyataan yang disusun melalui serangkaian definisi, postulat maupun aksioma. Dalam proses menyusun dan membangun bukti matematis, akal sehat dilibatkan dalam

mengembangkan keterampilan berpikir abstrak mahasiswa (Lestari, 2018). Pembuktian matematis sering kali digunakan dalam menyelesaikan permasalahan matematika yang bersifat abstrak, salah satunya yaitu geometri. Geometri merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang membahas secara mendalam tentang konsep, definisi dan teorema dasar atau aksioma yang berkaitan dengan ruas garis dan sudut, kongruensi segitiga, tegak lurus dan paralelisme pada bidang, kongruensi segitiga, lingkaran dan kedudukannya pada bidang dan ruang. Geometri bebrdasarkan sejarahnya pertama kali muncul sebagai sistem koordinat kartesius di Era Rene Descartes dimana geometri dikenal sebagai sistem dua sumbu yang saling tegak lurus. Sejak saat itulah perkembangan geometri analitik dikenal. Geometri analitik dalam dunia pendidikan merupakan mata kuliah pada Program Studi Pendidikan Matematika yang berisikan materi sistem koordinat, garis dan bidang, tempat kedudukan, bangun datar dan bangun ruang. Mata kuliah ini merupakan mata kuliah lanjutan geometri dasar, dimana mahasiswa dituntut memiliki kemampuan bernalar secara visual yang cukup tinggi.

Imswatama dan Muhasanah (dalam Talisadika, 2019) menyebutkan bahwa kesalahan mahasiswa dalam mata kuliah geometri analitik yaitu kesalahan konsep, strategi, perhitungan dan sistematis. Dalam penelitian Syifa Afidah (2021) dalam penelitiannya ditemukan bahwa mahasiswa tidak menuliskan simbol geometri sesuai dengan aturan, tidak menuliskan apa yang diketahui dan dibuktikan dalam soal, tidak sistematis dalam mengerjakan soal, tidak berhati-hati dalam perhitungan, dan tidak dapat memberikan alasan yang yang tepat diakhir jawaban. Reflina (2020) dalam penelitiannya menemukan bahwa kesulitan mahasiswa dalam mata kuliah geometri yaitu mahasiswa tidak memahami maksud soal dengan baik dan keterbatasan mahasiswa dalam penguasaan materi. Berdasarkan pengalaman peneliti, materi geometri analitik sulit dipahami oleh mahasiswa ketika mahasiswa diminta membuktikan sebuah segitiga. Oleh karena itu, kajian mengenai kesalahan-kesalahan seperti apa yang dilakukan oleh mahasiswa ketika membuktikan sebuah segitiga. Selanjutnya dalam penelitian ini akan dikaji kesalahan-kesalahan seperti apa yang dilakukan mahasiswa ketika membuktikan sebuah segitiga. Dimana jika tidak dilakukan analisis kesalahan maka kemungkinan akan terjadi kesalahan yang sama secara berulang. Sehingga penelitian ini penting dilakukan sebagai upaya membentuk kemampuan pembuktian matematis mahasiswa yang akan menjadi pendidik di masa depan. Analisis kesalahan yang dilakukan pada penelitian ini diharapkan dapat dijadikan dasar oleh dosen atau pengajar dalam memberikan bantuan secara tepat untuk mahasiswa dalam menghindari dan meminimalisir kesalahan yang banyak dilakukan dan dapat dijadikan sebagai bahan refleksi untuk menentukan hal-hal apa saja yang sebaiknya difokuskan pada saat pembelajaran.

2. METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan adalah penelitian kualitatif deskriptif. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan kesalahan-kesalahan yang dilakukan mahasiswa program studi pendidikan matematika UIN KHAS Jember dalam membuktikan sebuah segitiga. Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah, observasi, tes, dan wawancara. Validitas data dilakukan dengan triangulasi data yaitu, membandingkan data hasil tes dan data hasil wawancara. Tes yang diberikan adalah 2 permasalahan pembuktian geometri analitik materi segitiga. Subjek penelitian adalah 2 mahasiswa kelas Geometri Analitik pada Program Studi Pendidikan Matematika UIN KHAS Jember.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Terdapat dua jenis soal dalam pembuktian geometri analitik yaitu soal yang diketahui panjang dua sisi segitiga selalu lebih besar daripada sisi ketiga. Pada penelitian ini akan dibahas mengenai kesalahan-kesalahan yang dilakukan mahasiswa ketika menyelesaikan soal-soal dari sebuah segitiga. Soal No 1: Buktikan bahwa jumlah panjang dua sisi segitiga selalu lebih besar daripada panjang sisi ketiga. Cara menyelesaikan soal no 1 yaitu: 1) Menggunakan ketidaksetaraan segitiga. 2) Membuktikan kontradiksi dari ketidaksetaraan segitiga. 3) Karena pembuktian kontradiksi menyebabkan pertentangan maka terbukti bahwa jumlah dua sisi segitiga selalu lebih besar daripada sisi ketiga. Adapun kesalahan-kesalahan yang ditemukan dalam penelitian ini adalah:

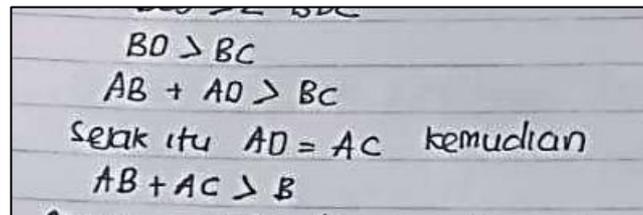
3.1 Kesalahan dalam representasi simbol matematis

Pada jenis kesalahan yang pertama yaitu kesalahan dalam representasi simbol matematis memiliki arti bahwa mahasiswa tidak menuliskan simbol geometri yang sesuai kaidah. Mahasiswa yang tidak menuliskan simbol geometri yang sesuai kaidah ini tidaklah memiliki kemampuan awal mengenai geometri dasar yang baik. Kemampuan awal geometri atau kemampuan geometri dasar ini bisa saja diperoleh di tingkat sekolah maupun pada mata kuliah geometri dasar sebelumnya. Novita, dkk (2018) juga berpendapat bahwa pengalaman belajar geometri di tingkat sekolah menengah atas erat kaitannya dengan kesulitan belajar di tingkat universitas.

$$\begin{array}{l} \overline{AB} + \overline{BC} > \overline{AC} \\ \overline{AC} + \overline{BC} > \overline{AB} \\ \overline{AB} + \overline{AC} > \overline{BC} \end{array}$$

Gambar 1. Mahasiswa (S1) Salah Menuliskan Garis BC

Pada gambar 1 terlihat mahasiswa sudah mampu menuliskan simbol garis, namun pada bagian akhir mahasiswa tidak menuliskan simbol garis BC sesuai dengan kaidah. Ketika ditanya mengapa garis BC dituliskan seperti itu, mahasiswa menjelaskan bahwa mahasiswa terburu-buru dalam mengerjakan soal sehingga lupa menuliskan simbol garis BC sesuai dengan kaidah.

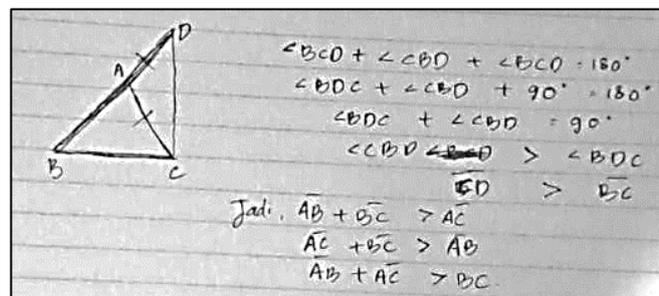


Gambar 2. Mahasiswa (S2) salah menuliskan simbol garis

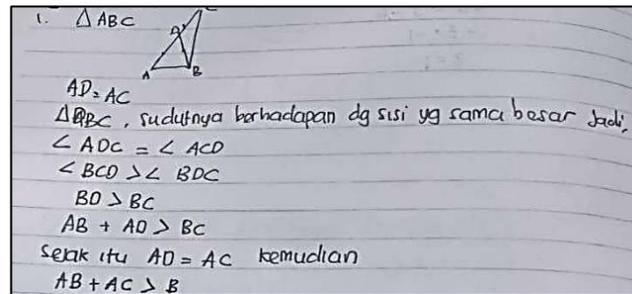
Pada gambar 2 terlihat mahasiswa tidak menuliskan simbol garis sesuai dengan kaidah. Ketika ditanya mengapa garis BD, BC, AB, AD dituliskan seperti itu, mahasiswa menjelaskan bahwa mahasiswa biasanya menuliskan simbol garis seperti itu.

3.2 Kesalahan dalam kontradiksi ketidaksetaraan segitiga

Untuk jenis kesalahan yang kedua yaitu kesalahan dalam kontradiksi ketidaksetaraan segitiga. Pada jenis kesalahan ini mahasiswa telah melewati kemampuan menggunakan ketidaksetaraan segitiga. Kesalahan yang dilakukan terdapat pada tahap membuktikan kontradiksi ketidaksetaraan segitiga. Pada tahap ini mahasiswa tidak melakukan pembuktian kontradiksi ketidaksetaraan segitiga. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa tidak dapat menjawab soal pembuktian bahkan tanpa berusaha mencoba sedikitpun. Gambar 3 menunjukkan mahasiswa melakukan kesalahan dalam kontradiksi ketidaksetaraan segitiga. Hal ini dikarenakan untuk menentukan apakah dua sisi segitiga selalu lebih besar daripada sisi ketiganya digunakan pembuktian tidak langsung dengan kontradiksi. Ketika mahasiswa ditanyakan mengapa begitu sulit membuktikan kontradiksi ketidaksetaraan segitiga, mahasiswa memberi pernyataan bahwa mereka tidak terbiasa membuktikan dengan pembuktian tidak langsung.



Gambar 3. Mahasiswa (S1) tidak membuktikan kontradiksi ketidaksetaraan segitiga

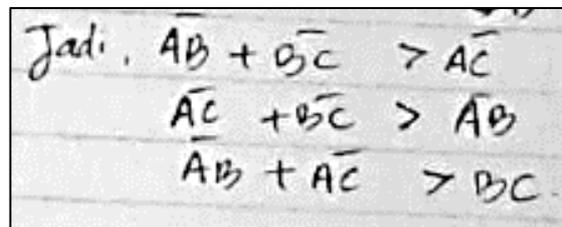


Gambar 4. Mahasiswa (S2) salah menggunakan ketidaksetaraan segitiga

Pada jenis kesalahan ini mahasiswa mengetahui jika menggunakan ketidaksetaraan segitiga tetapi salah memilih sisi-sisi yang digunakan dalam ketidaksetaraan segitiga. Mahasiswa juga melakukan pembuktian kontradiksi ketidaksetaraan segitiga. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa tidak dapat menjawab soal pembuktian bahkan tanpa berusaha mencoba sedikitpun. Gambar 4 menunjukkan mahasiswa melakukan kesalahan dalam kontradiksi ketidaksetaraan segitiga.

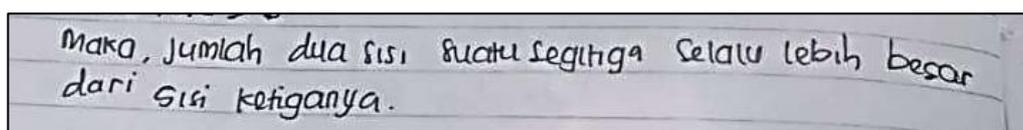
3.3 Kesalahan dalam penulisan jawaban

Untuk kesalahan yang ketiga yaitu kesalahan dalam menuliskan jawaban terlihat dalam gambar 5 dan gambar 6.



Gambar 5. Mahasiswa (S1) salah menentukan alasan untuk pernyataan akhir

Mahasiswa melakukan kesalahan dalam penulisan jawaban akhir memiliki arti bahwa kesalahan dalam proses penyelesaian masalah yang menimbulkan mahasiswa tidak menentukan alasan tepat pada akhir pembuktian. Hal ini sejalan dengan Riastuti (2017) yang menyebutkan bahwa peserta didik tidak menyimpulkan jawaban akhir dengan benar dalam menyelesaikan soal geometri. Adapun ciri-ciri kesalahan yang dilakukan mahasiswa berdasarkan data hasil tes dan wawancara adalah tidak teliti dalam menentukan alasan akhir pembuktian dan tidak memeriksa kembali apa yang akan dibuktikan, sehingga salah menentukan hasil akhir.

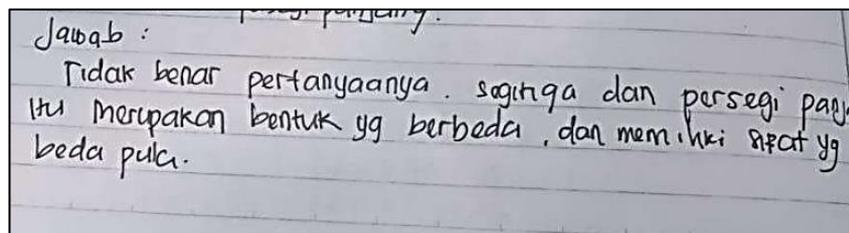


Gambar 6. Mahasiswa (S2) salah menentukan alasan untuk pernyataan akhir

Mahasiswa melakukan kesalahan dalam penulisan jawaban akhir memiliki arti bahwa kesalahan dalam proses penyelesaian masalah yang menimbulkan mahasiswa tidak menentukan alasan tepat pada akhir pembuktian. Adapun ciri-ciri kesalahan yang dilakukan mahasiswa berdasarkan data hasil tes dan wawancara adalah tidak teliti dalam menentukan alasan akhir pembuktian.

Soal no 2: Jika ada sebuah segitiga dengan jumlah sudut 180° , maka akan ada sebuah persegi panjang. Cara menyelesaikan soal no 2 yaitu: 1) Membuat segitiga dengan sudut 180° kemudian potong segitiga tersebut menjadi dua segitiga siku-siku yang memiliki jumlah sudut p dan q dan menarik garis tinggi BD. 2) Kita tunjukkan $p \leq 180^\circ$ jika $p < 180^\circ, q > 180^\circ$. 3) Kemudian tempelkan dua segitiga tersebut untuk membentuk persegi panjang. Adapun kesalahan-kesalahan yang ditemukan dalam penelitian ini adalah:

3.4 Kesalahan dalam proses pembuktian



Gambar 7. Mahasiswa (S2) salah menerapkan rencana pembuktian yang dipilih

Terlihat dalam gambar 7 mahasiswa melakukan kesalahan dalam proses pembuktian yang berarti bahwa mahasiswa salah dalam menerapkan rencana pembuktian yang dipilih. Adapun karakteristik kesalahan yang ditemukan dari data hasil tes dan wawancara subjek penelitian adalah kesalahan melakukan penerapan prosedur pembuktian yang dipilih, kesalahan dalam menentukan alasan tiap pernyataannya dan tidak berhati-hati dalam menentukan setiap langkah pembuktian. Hal tersebut sejalan dengan Utami (2016) yang menyebutkan bahwa mahasiswa kesulitan dalam menuliskan hasil pemikirannya untuk menentukan alasan dan prosedur pembuktian.

4. SIMPULAN

Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika melakukan beberapa kesalahan dalam membuktikan sebuah segitiga. Kesalahan-kesalahan tersebut ialah kesalahan dalam representasi simbol matematis, kesalahan dalam kontradiksi ketidaksetaraan segitiga, kesalahan dalam penulisan jawaban dan kesalahan dalam proses pembuktian. Hasil penelitian juga mengungkapkan bahwa kesalahan-kesalahan ini terjadi karena mahasiswa tidak memiliki kemampuan awal mengenai geometri dasar yang baik dan juga beberapa istilah matematika yang tidak didapatkan pada tingkat sekolah menengah. Hal ini memberikan dorongan kepada Program Studi Pendidikan

Matematika UIN Khas Jember pada khususnya dan dunia pendidikan matematika pada umumnya untuk memperhatikan dan menguatkan anak didik dengan ilmu-ilmu matematika dasar dalam hal ini adalah ilmu geometri. Selain itu, penelitian ini juga dapat dijadikan referensi untuk pembuatan bahan ajar yang tepat untuk perkuliahan Geometri Analitik.

5. REKOMENDASI

Hasil penelitian yang menunjukkan bahwa kesalahan-kesalahan yang terjadi karena mahasiswa kurang memiliki pengetahuan dasar mengenai geometri dan metode pembelajaran yang kurang menyenangkan. Hal ini memberikan dorongan kepada pendidik pada khususnya dan dunia pendidikan matematika pada umumnya untuk memperhatikan dan menguatkan anak didik dengan ilmu-ilmu matematika dasar dalam hal ini adalah ilmu geometri. Selain itu, penelitian ini juga dapat dijadikan referensi untuk pembuatan bahan ajar yang tepat untuk perkuliahan Geometri Analitik.

6. REFERENSI

- Arifin, S. A. N. (2021). Analisis Jawaban Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Geometri Berdasarkan Teori Newman. *Edukatif: Jurnal Ilmu Pendidikan*, 3(4), 1395-1408.
- Firmasari, S., & Sulaiman, H. (2019). Kemampuan pembuktian matematis mahasiswa menggunakan induksi matematika. *Journal of Medives: Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang*, 3(1), 1-9.
- Lestari, N. A. (2018). Implementasi Pembelajaran Matematika Model PACE Untuk Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Matematis Pada Mata Kuliah Aljabar Abstrak Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika. *Jurna Equation IAIN Bengkulu*, 1(1), 81–94.
- Maifa, T. S. (2019). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Pembuktian Transformasi Geometri. *Jurnal Riset Pendidikan dan Inovasi Pembelajaran Matematika (JRPIMP)*, 3(1), 8-14.
- Novita, R., Prahmana, R. C. I., Fajri, N., & Putra, M. 2018. Penyebab kesulitan belajar geometri dimensi tiga. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 5(1), 18-29.
- Reflina, R. (2020). Kesulitan mahasiswa calon guru matematika dalam menyelesaikan soal pembuktian matematis pada mata kuliah geometri. *Jurnal Analisa*, 6(1), 80-90.
- Riastuti, N., Mardiyana, M., & Pramudya, I. (2017). Students' Errors in Geometry Viewed from Spatial Intelligence. *Journal of Physics: Conference Series*, 895(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/895/1/012029>
- Utami, A. D. (2016). Tipe Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal-Soal Geometri Berdasar Newman'S Error Analysis (Nea). *JIPM (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika)*, 4(2), 85. <https://doi.org/10.25273/jipm.v4i2.842>