

Model Eksponensial Dan Logistik Untuk Mengestimasi Pertumbuhan Penduduk di Kecamatan Selong

Helmi Hariyanti¹, Rio Satriyantara^{2*}, Alfian Eka Utama³

¹ Mahasiswa Matematika, FMIPA, Universitas Nahdlatul Wathan, Mataram

² Matematika, FMIPA, Universitas Mataram, Mataram

³ Matematika, FMIPA, Universitas Nahdlatul Wathan, Mataram

riosatriyantara@staff.unram.ac.id

Abstract

Population growth refers to the change in the number of people in a given area over a specific period, driven by factors such as birth rates, death rates, and migration. With an area of 31.68 km², Selong Subdistrict has a population with an average growth rate of 1.88% per year. According to data from the Central Statistics Agency (BPS) of East Lombok, the population growth in Selong Subdistrict is expected to continue increasing over time. This study will project the population growth in Selong Subdistrict using exponential and logistic models to predict the population size of Selong Subdistrict in 2026. The research approach used is qualitative, employing descriptive qualitative methods. The data for this study consists of population figures from 2010 to 2022, sourced from the Central Statistics Agency (BPS) of East Lombok. To assess the accuracy and validity of the research data, source triangulation was used, which involves verifying information from various data sources such as archives, documents, and interviews. The results of this study show that both the exponential growth model and the logistic growth model have a high level of accuracy in estimating the population, with MAPE interpretations below 10%, indicating that both models are very accurate.

Keywords: Exponential Model; Logistic Model; MAPE

Abstrak

Pertumbuhan penduduk mengacu pada perubahan jumlah penduduk di suatu wilayah tertentu selama periode waktu tertentu, yang dipengaruhi oleh faktor-faktor seperti angka kelahiran, angka kematian, dan migrasi. Dengan luas wilayah 31,68 km², Kecamatan Selong memiliki tingkat pertumbuhan penduduk rata-rata sebesar 1,88% per tahun. Berdasarkan data dari Badan Pusat Statistik (BPS) Lombok Timur, pertumbuhan penduduk di Kecamatan Selong diperkirakan akan terus meningkat seiring waktu. Penelitian ini bertujuan untuk memproyeksikan pertumbuhan penduduk di Kecamatan Selong menggunakan model eksponensial dan logistik guna memprediksi jumlah penduduk Kecamatan Selong pada tahun 2026. Pendekatan penelitian yang digunakan adalah kualitatif dengan metode deskriptif kualitatif. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data jumlah penduduk dari tahun 2010 hingga 2022 yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Lombok Timur. Untuk menilai akurasi dan validitas data penelitian, digunakan triangulasi sumber, yaitu memverifikasi informasi dari berbagai sumber data seperti arsip, dokumen, dan wawancara. Hasil penelitian menunjukkan bahwa baik model pertumbuhan eksponensial maupun model pertumbuhan logistik memiliki tingkat akurasi yang tinggi dalam memperkirakan jumlah penduduk, dengan interpretasi MAPE di bawah 10%, yang menunjukkan bahwa kedua model tersebut sangat akurat.

Kata Kunci: Model Eksponensial; Model Logistik; MAPE

1. PENDAHULUAN

Pertumbuhan penduduk merupakan perubahan jumlah penduduk di suatu wilayah dalam periode waktu tertentu, yang disebabkan oleh faktor-faktor seperti kelahiran, kematian, dan migrasi. Pada suatu wilayah tertentu, pertumbuhan populasi dapat

mempengaruhi kemajuan dan kesejahteraan. Namun, jika pertumbuhan dibiarkan, bukan tidak mungkin akan terjadi ledakan penduduk dalam waktu dekat, yang akan menyebabkan berbagai masalah demografi seperti tingginya angka pengangguran, kemiskinan, kelaparan, dan dampak negatif lainnya (Nurkholipah, Anggriani, & Supriatna, 2017).

Menurut Pierre Verhulst, pertumbuhan populasi tidak hanya dipengaruhi oleh jumlah individu yang terus meningkat, tetapi juga oleh batas sumberdaya dan kapasitas logistik yang tersedia untuk mendukung kehidupan di dalamnya (Bacaer, 2011). Dengan luas wilayah sebesar 31,68 km², Kecamatan Selong memiliki populasi dengan rata-rata pertumbuhan sebesar 1,88% per tahunnya. Berdasarkan sumber data dari Badan Pusat Statistik (BPS) Kabupaten Lombok Timur, pertumbuhan populasi di Kecamatan Selong akan terus meningkat secara kontinu dari waktu ke waktu dan kemungkinan besar akan terus berkembang jika laju pertumbuhannya tidak dikendalikan. Pada tahun 1798, Thomas Malthus berpendapat bahwa populasi akan berkembang secara eksponensial, yang berarti populasi akan terus meningkat secara konstan tanpa batasan dari lingkungan, sehingga tidak akan ada persaingan untuk memperoleh sumber daya. Sehubungan dengan pernyataan tersebut, pertumbuhan di Kecamatan Selong dapat dikategorikan sebagai pertumbuhan eksponensial karena data dari BPS menunjukkan bahwa pertumbuhannya terus mengalami peningkatan.

Perencanaan untuk mengendalikan jumlah populasi diperlukan untuk mencegah ledakan populasi yang dapat menimbulkan bahaya. Salah satunya dapat dimulai dengan memprediksi pertumbuhan populasi di Kecamatan Selong. Menurut Kurniawan, Holisin, & Kristanti (2017) ada banyak perspektif atau sudut pandang yang dapat digunakan untuk menganalisis fenomena saat ini, melihat peristiwa tersebut dalam bentuk matematika adalah salah satunya. Pemodelan dengan persamaan diferensial merupakan salah satu contoh penerapan matematika yang dapat diaplikasikan dalam kehidupan nyata. Pemodelan dengan menggunakan persamaan diferensial terutama diterapkan pada model populasi kontinu, dimana kontinu berarti populasi berubah secara terus-menerus seiring waktu. Model pertumbuhan populasi kontinu meliputi model eksponensial dan model logistik. Model pertumbuhan eksponensial tidak memiliki batasan, sehingga pertumbuhan populasi selalu akan mengalami peningkatan sampai tak terhingga. Sebaliknya, model pertumbuhan logistik menetapkan batas pada ukuran populasi, sehingga pertumbuhan populasi tidak akan berlangsung secara kontinu.

Berdasarkan penjelasan di atas, akan dilakukan suatu proyeksi pertumbuhan penduduk di Kecamatan Selong menggunakan model eksponensial dan model logistik dengan mempertimbangkan data jumlah penduduk yang tersedia. Tujuan dari proyeksi ini adalah untuk mengetahui bagaimana proyeksi penduduk di Kecamatan Selong menggunakan model eksponensial dan logistik.

2. METODE PELAKSANAAN

Penelitian ini menggunakan metodologi penelitian kuantitatif, dengan pendekatan deskriptif. Data sekunder yang digunakan dalam penelitian ini bersumber dari BPS Kabupaten Lombok Timur yang diambil dari situs website <https://lomboktimurkab.bps.go.id/id/publication> . Variabel yang digunakan adalah data jumlah penduduk Kecamatan Selong dari Tahun 2017-2022.

Langkah-langkah penelitian yang dilakukan dalam penelitian ini dimulai dari identifikasi masalah dan tujuan penelitian, pengumpulan data, analisis data, proyeksi penduduk, interpretasi hasil, uji keakuratan model menggunakan MAPE, dan kesimpulan.

Metode analisis data yang digunakan adalah model eksponensial dan logistik untuk memproyeksikan pertumbuhan penduduk di Kecamatan Selong dan untuk menguji tingkat keakuratan dari masing-masing model dalam mengestimasi pertumbuhan penduduk menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Tahapam yang dilakukan dalam proyeksi penduduk di Kecamatan Selong adalah sebagai berikut.

2.1 Analisis Model Pertumbuhan Eksponensial dan Logistik

2.1.1 Analisis Model Pertumbuhan Eksponensial

Berdasarkan Toaha (2008), dalam merumuskan pemodelan pertumbuhan populasi diperlukan hukum yang mempengaruhi populasi dan fakta-fakta eksperimental sebagai berikut.

2.1.1.1 Hukum Kekekalan Populasi

Dinamika populasi dapat berubah selama periode waktu tertentu karena mengalami peningkatan akibat banyaknya orang yang masuk (kelahiran dan imigrasi) atau penurunan akibat banyaknya orang yang keluar (kematian dan emigrasi).

2.1.1.2 Fakta Eksperimental Populasi

Jumlah individu dalam suatu populasi yang bereproduksi dan meninggal selama periode waktu tertentu adalah konstan, ini dianggap sebagai fenomena alami.

Asumsi-asumsi yang diterapkan dalam model pertumbuhan eksponensial adalah Laju kelahiran dan kematian bersifat konstan dan kontinu, tidak ada perbedaan gender dalam populasi, tidak ada perbedaan usia atau semua individu dianggap memiliki usia yang sama, tidak ada penundaan waktu (time delay) dalam proses pertumbuhan, dan migrasi diabaikan atau tidak dipertimbangkan.

Selanjutnya, Rozikin, Sarjana, Arjudin, & Hikmah (2021), merumuskan bahwa N menunjukkan besarnya populasi dan t adalah waktu, jadi $N(t)$ adalah besarnya populasi pada satuan waktu t . Sedangkan $N(t+1)$ adalah ukuran atau besarnya populasi pada interval waktu berikutnya. Berdasarkan asumsi yang ada, diperoleh sebuah model matematis

$$N_{(t+1)} = N_t + B - D, \quad (1)$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = B - D, \quad (2)$$

dengan

$N_{(t+1)}$ = perubahan populasi dari satu waktu ke waktu berikutnya,

$\frac{\Delta N}{\Delta t}$ = besarnya perubahan populasi dari waktu t ke $t + 1$,

B = angka kelahiran,

D = angka kematian.

Karena perubahan ukuran populasi dari satu periode waktu ke periode berikutnya merupakan suatu diferensial (Stewart, 2003), maka persamaan (2) menjadi

$$\frac{dN}{dt} = B - D. \quad (3)$$

Selain itu, Stewart juga mengemukakan bahwa perubahan yang terjadi dalam suatu populasi bergantung pada besarnya laju pertumbuhan populasi tersebut. Selanjutnya, berdasarkan asumsi ini bahwa besarnya angka kelahiran akan dipengaruhi oleh laju kelahiran (β), sementara besarnya angka kematian akan dipengaruhi juga oleh laju kematian (μ), yaitu:

$B = \beta N_t$; β = konstanta pembanding angka kelahiran,

$D = \alpha N_t$; μ = konstanta pembanding angka kematian,

sehingga persamaan (3) menjadi

$$\frac{dN}{dt} = \beta N_t - \mu N_t. \quad (4)$$

Jika $\beta - \mu = r$, dengan r dinyatakan sebagai laju pertumbuhan dari populasi, maka diperoleh

$$\frac{dN}{dt} = r N_t \quad ; N_t > 0 \quad (5)$$

dimana r merupakan konstanta. Persamaan (5) adalah persamaan diferensial linear orde satu. Untuk menyelesaikan persamaan (5) digunakan metode pemisahan variabel, yang menghasilkan

$$N(t) = e^{rt+C}.$$

Jika $e^C = D$, maka

$$N(t) = De^{rt}. \quad (6)$$

Untuk menentukan konstanta D diperhatikan bahwa dengan diberikan nilai awal $t = 0$, sehingga ukuran populasi saat $t = 0$ adalah populasi awal (N_0). Dari sini, diperoleh

$$N(0) = De^{r \cdot 0} = D.$$

Oleh karena itu, D mewakili ukuran populasi awal (N_0). Dengan demikian, solusi khusus dari persamaan (5) adalah

$$N(t) = N_0 e^{rt}. \quad (7)$$

Persamaan (7) dikenal sebagai Model Pertumbuhan Eksponensial. Untuk menentukan nilai r atau laju pertumbuhan populasi, kita dapat menurunkannya dari persamaan (7), yaitu

$$r = \frac{\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right)}{t} \quad (8)$$

dimana

$N(t)$ = besarnya individu dalam populasi waktu t ,

N_0 = besarnya populasi saat $t = 0$,

e = bilangan Euler ($e = 2,7182818245905$),

r = laju pertumbuhan populasi dalam periode waktu tertentu,

t = waktu.

2.1.1 Analisis Model Pertumbuhan Logistik

Verhulst menunjukkan bahwa pertumbuhan populasi tidak hanya dipengaruhi oleh ukuran populasi itu sendiri, tetapi juga oleh seberapa jauh jaraknya dari batas maksimum yang tersedia. Verhulst memodifikasi model eksponensial Malthus

untuk memperhitungkan ukuran populasi, dengan menggunakan persamaan $\frac{a-bN}{a}$, dimana a dan b dikenal sebagai koefisien penting dari populasi. Jika ukuran populasi maksimum yang dapat dipertahankan adalah $\frac{a}{b}$, maka $\left(\frac{a}{b} - N\right)$ akan menunjukkan jumlah individu tambahan yang masih bisa diterima oleh lingkungan tersebut (Zulkarnaen, 2014).

Persamaan yang telah dimodifikasi dengan syarat baru adalah

$$\frac{dN}{dt} = aN \left(\frac{a-bN}{a}\right) = \frac{a^2N-abN^2}{a} = aN - bN^2, \tag{9}$$

$$\frac{dN}{dt} = aN - bN^2, \tag{10}$$

dengan

a = Laju pertumbuhan intrinsik,

b = Pengaruh dari peningkatan kepadatan,

$\frac{a}{b}$ = Daya dukung lingkungan (carrying capacity),

N = Jumlah populasi.

Model ini adalah persamaan diferensial nonlinear yang memiliki solusi

$$\begin{aligned} \frac{dN}{aN - bN^2} &= dt \\ \int \frac{1}{a} \left(\frac{1}{N} + \frac{b}{a - bN} \right) dN &= \int dt \\ \frac{1}{a} (\ln N - \ln(a - bN)) &= t + C. \end{aligned}$$

Dengan mensubstitusikan nilai C, persamaan di atas menjadi

$$\ln \frac{N(a - bN_0)}{N_0(a - bN)} = rt.$$

Dengan melakukan pengekspensial pada kedua ruas dan melakukan substitusi $K = \frac{a}{b}$, diperoleh

$$N(t) = \frac{K}{e^{-rt} \left(\frac{K-N_0}{N_0}\right) + 1} \tag{11}$$

dimana

$N(t)$ = Besarnya populasi pada saat waktu t ,

N_0 = Besarnya populasi awal,

e = Bilangan Euler (2,71828182845905),

r = Laju pertumbuhan penduduk,

K = Daya dukung lingkungan,

t = Waktu.

2.2 Uji Keakuratan Menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE)

Persentase kesalahan absolut rata-rata (MAPE) didefinisikan sebagai perbedaan persentase absolut rata-rata antara nilai prediksi dan nilai aktual. Rata-rata persentase kesalahan absolut mengukur besaran kesalahan rata-rata yang dihasilkan oleh suatu model, atau seberapa jauh rata-rata prediksi meleset.

Bentuk matematika dari MAPE adalah

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{Y_t - \bar{Y}_t}{Y_t} \right| \times 100\% \tag{12}$$

dimana

Y_t = jumlah populasi aktual pada waktu t ,

\bar{Y}_t = besar proyeksi populasi pada waktu t ,

n = banyak data.

Interpretasi nilai MAPE disajikan dalam Tabel 1.

Tabel 1. Interpretasi Mean Absolute Percentage Error (Lewis, 1982).

Lokasi	Interpretasi MAPE
MAPE < 10%	Sangat Akurat
10% ≤ MAPE < 20%	Sangat Baik
21% ≤ MAPE < 50%	Masuk Akal
MAPE > 50%	Tidak Akurat

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil observasi dan wawancara dengan pihak terkait serta pengumpulan data dari dokumentasi resmi yang tersedia, diperoleh data penelitian yang disajikan secara rinci dalam Tabel 2.

Tabel 2. Jumlah Penduduk Kecamatan Selong Tahun 2017 – 2022.

Tahun	Waktu	Jumlah Penduduk	Tahun (N)
2017	$t = 0$	91.481	N_0
2018	$t = 1$	92.611	N_1
2019	$t = 2$	93.717	N_2
2020	$t = 3$	92.464	N_3
2021	$t = 4$	93.766	N_4
2022	$t = 5$	95.491	N_5

Dari Tabel 2, terlihat dengan jelas jumlah penduduk Kecamatan Selong setiap tahunnya, mulai dari tahun 2017 hingga 2022. Data ini memberikan gambaran yang aktual mengenai perkembangan populasi selama periode tersebut. Selain itu, dinamika pertumbuhan penduduk, termasuk laju pertumbuhan serta fluktuasi yang terjadi dari tahun ke tahun, dapat dianalisis lebih lanjut. Dinamika pertumbuhan penduduk dapat dilihat pada Gambar 1, yang memudahkan dalam mengidentifikasi pola-pola yang mungkin tidak terlihat hanya dari data numerik, seperti tren pertumbuhan serta penurunan yang terjadi pada periode tertentu.



Gambar 1. Grafik Jumlah Penduduk Kecamatan Selong Tahun 2017-2022.

3.1 Proyeksi Penduduk Menggunakan Model Eksponensial

Proyeksi jumlah penduduk di Kecamatan Selong akan dilakukan berdasarkan pada Tabel 2 dengan menggunakan model eksponensial. Diasumsikan bahwa waktu diukur dalam satuan tahun, yaitu pada tahun 2017 sebagai titik awal ketika $t = 0$ dengan syarat awal ditetapkan $N_0 = 91.481$.

Pada Persamaan (8), nilai r untuk $t = 1$ pada tahun 2018 diperoleh $r = 0,0122766$. Selanjutnya, nilai r disubstitusikan ke dalam $N_t = N_0 e^{rt}$ dan diperoleh $N = 91.481e^{(0,01228)t}$. Perhitungan untuk nilai $t = 2,3,4,5$ diperoleh sebagai berikut : Model Eksponensial 1 bentuk persamaannya $N = 91.481e^{(0,01228)t}$, Model Eksponensial 2 bentuk persamaannya $N = 91.481e^{(0,01207)t}$, Model Eksponensial 3 bentuk persamaannya $N = 91.481e^{(0,00356)t}$, Model Eksponensial 4 bentuk persamaannya $N = 91.481e^{(0,00617)t}$, Model Eksponensial 5 bentuk persamaannya $N = 91.481e^{(0,00858)t}$.

Setelah diketahui bentuk persamaan untuk setiap model eksponensial, dari model 1 hingga model 5, selanjutnya akan dilakukan proyeksi jumlah penduduk Kecamatan Selong dari tahun 2017-2022. Proyeksi jumlah penduduk dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Perbandingan Data Jumlah Penduduk Aktual dan Model Eksponensial.

Tahun	Jumlah Penduduk (Aktual)	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5
2017	91.481	91.481	91.481	91.481	91.481	91.481
2018	92.611	92.611	92.592	91.807	92.047	92.269
2019	93.717	93.755	93.717	92.135	92.616	93.064
2020	92.464	94.913	94.855	92.464	93.189	93.866
2021	93.766	96.085	96.007	92.794	93.766	94.675
2022	95.491	97.272	97.174	93.125	94.346	95.491

Hasil yang diperoleh kemudian akan dilakukan perbandingan antara jumlah penduduk aktual dengan hasil model eksponensial. Model terbaik adalah model yang menghasilkan data-data cukup dekat dengan data sebenarnya atau jika ditampilkan dalam bentuk grafik maka model terbaik adalah model yang grafiknya mendekati grafik yang dihasilkan dari data sebenarnya. Jika perbandingan jumlah penduduk Kecamatan Selong antara data aktual dan hasil model eksponensial ditampilkan dalam diagram garis, maka akan terlihat seperti pada Gambar 2.

Berdasarkan jumlah penduduk yang dihasilkan oleh kelima model eksponensial di atas, maka model yang memberikan hasil yang cukup mendekati data aktual dibandingkan model lainnya yaitu Model Eksponensial 5.

3.2 Proyeksi Penduduk Menggunakan Model Logistik

Berdasarkan Tabel 2, dilakukan proyeksi penduduk di Kecamatan Selong dengan menggunakan model eksponensial dan logistik dengan diasumsikan $t = 0$ pada tahun 2017 maka syarat awal $N_0 = 91.481$. Selanjutnya, nilai K diperoleh saat $N(t) = \frac{K}{e^{-rt}(\frac{K}{N_0}-1)+1}$ dengan $t \rightarrow \infty$ sehingga $N_{max} = \lim_{t \rightarrow \infty} N = K = \frac{a}{b}$ dengan a dan b adalah laju pertumbuhan instrinsik dan pengaruh peningkatan kepadatan berturut-turut. Diperoleh daya dukung lingkungan (K) yaitu

$$K = \frac{N_1(N_1N_0 - 2N_0N_2 + N_1N_2)}{N_1^2 - N_0N_2} \tag{13}$$

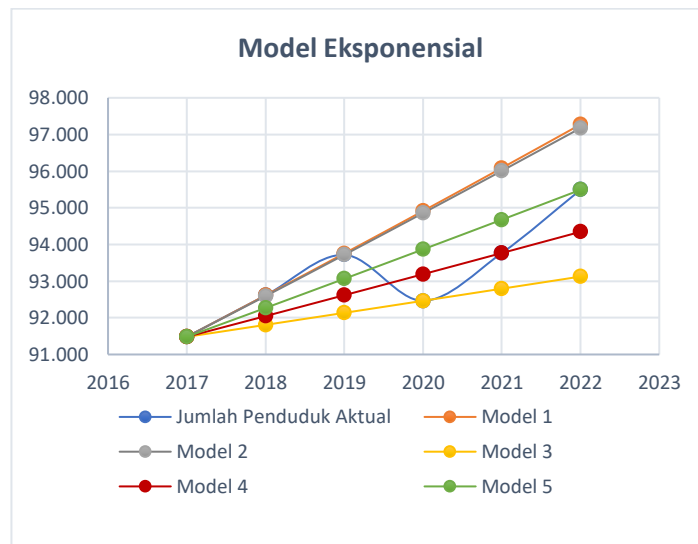
Daya dukung lingkungan (K) dihitung dengan menggunakan persamaan (13), dimana untuk $t = 0,1,2$ pada tahun 2017, 2018, dan 2019 dengan N_0, N_1, N_2 yang sudah diperoleh sebelumnya dan diperoleh

$$K = \frac{92.611((92.611)(91.481) - 2(91.481)(93.717) + (92.611)(93.717))}{(92.611)^2 - (91.481)(93.717)}$$

$$K = 125.942,96.$$

Perkiraan jumlah penduduk yang dapat didukung dan ditampung oleh Kecamatan Selong yakni sebesar 125.942 jiwa.

Model logistik diperoleh dengan menentukan nilai r . Nilai K dan N_0 didistribusikan ke persamaan (11) sehingga diperoleh $r = 0,04562$ dan $N = \frac{125.942,96}{(0,37671)e^{-(0,0456)t+1}}$. Model Logistik II, III, IV, dan V menggunakan perhitungan yang sama sehingga diperoleh beberapa persamaan model logistik yaitu : Model Logistik I berbentuk $N = \frac{125.942,96}{(0,37671)e^{-(0,0456)t+1}}$, Model Logistik II berbentuk $N = \frac{125.942,96}{(0,37671)e^{-(0,0456)t+1}}$, Model Logistik III berbentuk $N = \frac{125.942,96}{(0,37671)e^{-(0,0233)t+1}}$, Model Logistik IV berbentuk $N = \frac{125.942,96}{(0,37671)e^{-(0,0233)t+1}}$, dan Model Logistik V berbentuk $N = \frac{125.942,96}{(0,37671)e^{-(0,0333)t+1}}$. Perbandingan data jumlah penduduk aktual dan model logistik dapat dilihat pada Tabel 4.

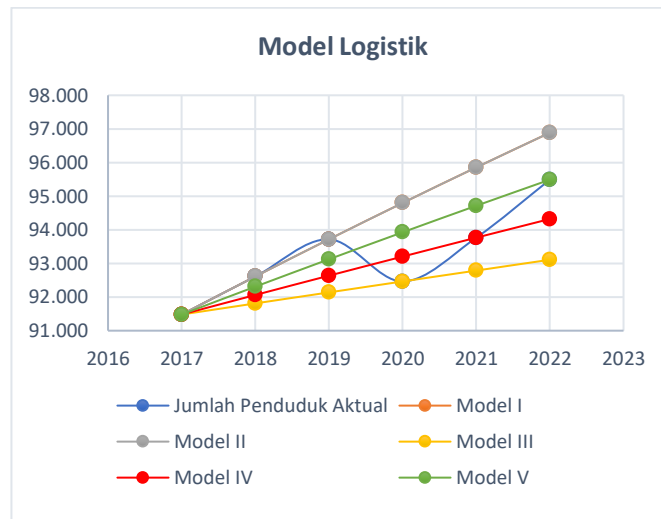


Gambar 2. Grafik Model Eksponensial Jumlah Penduduk Kecamatan Selong.

Tabel 4. Perbandingan Data Jumlah Penduduk Aktual dan Model Logistik.

Tahun	Jumlah Penduduk (Aktual)	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5
2017	91.481	91.481	91.481	91.481	91.481	91.481
2018	92.611	92.611	92.611	91.811	92.062	92.309
2019	93.717	93.717	93.717	92.138	92.636	93.124
2020	92.464	94.799	94.799	92.464	93.204	93.926
2021	93.766	95.856	95.856	92.788	93.766	94.715
2022	95.491	96.888	96.888	93.109	94.321	95.491

Perbandingan jumlah penduduk Kecamatan Selong antara data aktual dengan hasil proyeksi model logistik jika ditampilkan dalam diagram garis, maka akan terlihat seperti pada Gambar 3.



Gambar 3. Grafik Model Logistik Jumlah Penduduk Kecamatan Selong.

Dari hasil kelima model tersebut, model yang cukup mendekati data aktual dibandingkan model lainnya yaitu model logistik yang ke-V.

3.3 Analisis Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

Selanjutnya akan dilakukan perhitungan rata-rata persentase kesalahan jumlah penduduk menggunakan data yang tercantum dalam Tabel 3 dan 4, dengan menerapkan rumus MAPE, untuk mengukur tingkat akurasi prediksi dari masing-masing model. Setiap model dianalisis untuk menentukan tingkat ketepatan proyeksinya terhadap data aktual. Setelah itu, model yang memiliki nilai kesalahan atau error paling kecil dipilih karena menunjukkan hasil prediksi yang paling mendekati data yang sebenarnya. Model yang terpilih, kemudian digunakan untuk memproyeksikan jumlah penduduk untuk periode yang akan datang.

3.3.1 MAPE Model Eksponensial

Berdasarkan Tabel 3, dilakukan perhitungan galat (error) untuk Model Eksponensial. Hasil perhitungan MAPE untuk masing-masing model eksponensial disajikan dalam Tabel 5.

Tabel 5. Mean Absolute Percentage Error Model Eksponensial.

Tahun	Error Model 1	Error Model 2	Error Model 3	Error Model 4	Error Model 5
2017	0	0	0	0	0
2018	0	0,0002	0,0087	0,0061	0,0037
2019	0,0004	0	0,0169	0,0117	0,0070
2020	0,0265	0,0259	0	0,0078	0,0152
2021	0,0247	0,0239	0,0104	0	0,0097
2022	0,0187	0,0176	0,0248	0,0120	0
Σ Error	0,0703	0,0676	0,0607	0,0377	0,0355
MAPE (%)	1,171	1,126	1,012	0,628	0,592

Berdasarkan Tabel 5, diketahui bahwa model eksponensial yang memiliki MAPE terkecil adalah Model Eksponensial V, yaitu sebesar 0,592%, dengan persamaan $N = 91.481e^{(0,00858)t}$ dan dapat dinyatakan sebagai model yang akurat untuk digunakan dalam memproyeksi jumlah penduduk Kecamatan Selong. Misalkan pada tahun 2026, jika diperoleh $t = 9$, maka hasil estimasi jumlah penduduk Kecamatan Selong pada Tahun 2026 menggunakan model pertumbuhan eksponensial adalah sekitar 98.825 jiwa.

3.3.1 MAPE Model Logistik

Selanjutnya akan dilakukan perhitungan rata-rata persentase kesalahan untuk Model Logistik. Hasil perhitungan MAPE untuk model logistik disajikan dalam Tabel 6.

Tabel 6. Mean Absolute Percentage Error Model Logistik.

Tahun	Error Model 1	Error Model 2	Error Model 3	Error Model 4	Error Model 5
2017	0	0	0	0	0
2018	0	0	0,0086	0,0059	0,0033
2019	0	0	0,0168	0,0115	0,0063
2020	0,0252	0,0252	0	0,0080	0,0158
2021	0,0223	0,0223	0,0104	0	0,0101
2022	0,0146	0,0146	0,0249	0,0123	0
Σ Error	0,0621	0,0621	0,0609	0,0377	0,0355
MAPE (%)	1,036	1,036	1,014	0,629	0,592

Berdasarkan hasil perhitungan Tabel 6, diketahui bahwa model logistik yang memiliki nilai MAPE terkecil dihasilkan oleh Model Logistik V, yaitu sebesar 0,592% dengan persamaan $N = \frac{125.942,96}{(0,37671)e^{-(0,0333)t}+1}$. Model ini bisa digunakan untuk memperkirakan jumlah penduduk Kecamatan Selong di masa yang akan datang. Misalkan untuk $t = 9$ pada tahun 2026, jika dilakukan proyeksi penduduk menggunakan Model Logistik V maka hasil estimasi jumlah penduduk di Kecamatan Selong sekitar 98.461 jiwa.

4. SIMPULAN

Hasil perhitungan proyeksi penduduk menggunakan model eksponensial dan model logistik menghasilkan 5 model yang sesuai dengan laju pertumbuhan instrinsik (r) yang berbeda-beda untuk setiap modelnya. Setelah dilakukan analisis *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) pada kedua model tersebut, disimpulkan bahwa model eksponensial yang memiliki nilai MAPE terkecil sebesar 0,592% adalah Model Eksponensial V dengan bentuk persamaan $N = 91.481e^{(0,00858)t}$ dan dikatakan sebagai model terbaik dalam memproyeksikan pertumbuhan penduduk di Kecamatan Selong, misalkan pada tahun 2026 dengan hasil estimasi jumlah penduduk sekitar 98.825 jiwa. Sedangkan, Model Logistik V dengan bentuk persamaan $N = \frac{125.942,96}{(0,37671)e^{-(0,0333)t}+1}$ sebagai model terbaik dengan nilai MAPE terkecil yaitu sebesar 0,592% dan digunakan untuk memproyeksikan penduduk di Kecamatan Selong pada Tahun 2026 dengan hasil estimasi yaitu sekitar 98.461 jiwa.

5. UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih kami ucapkan kepada BPS Kabupaten Lombok Timur atas bantuannya sehingga penelitian ini dapat berjalan dengan lancar.

6. REKOMENDASI

Metode yang digunakan pada artikel ini dapat diterapkan pada daerah-daerah lain untuk memprediksi pertumbuhan penduduknya sehingga akan menghasilkan penelitian baru.

7. REFERENSI

- Bacaër, N. (2011). *A short history of mathematical population dynamics* (Vol. 618, pp. 89-96). London: Springer.
- Kurniawan, A., Holisin, I., & Kristanti, F. (2017). Aplikasi persamaan diferensial biasa model eksponensial dan logistik pada pertumbuhan penduduk kota Surabaya. *MUST: Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 2(1), 129-141.
- Malthus, T. R. (1986). *An essay on the principle of population* (1798). *The Works of Thomas Robert Malthus, London, Pickering & Chatto Publishers*, 1, 1-139.
- Nurkholipah, N. S., Anggriani, N., & Supriatna, A. K. (2017, July). Perbandingan Proyeksi Penduduk Jawa Barat Menggunakan Model Malthus dan Verhulst dengan Variasi Interval

- Pengambilan Sampel. In *Prosiding SI MaNIs (Seminar Nasional Integrasi Matematika dan Nilai Islami)* (Vol. 1, No. 1).
- Rozikin, N., Sarjana, K., Arjudin, A., & Hikmah, N. (2021). Aplikasi Persamaan Diferensial Dalam Mengestimasi Jumlah Penduduk dengan Menggunakan Model Eksponensial dan Logistik. *Griya Journal of Mathematics Education and Application*, 1(1), 44-55.
- Stewart, J., Persamaan Diferensial, “J. Stewart, Kalkulus Terjemahan oleh I Nyoman Susila dkk. Partial Differential Equations and Complex Analysis”, Erlangga: Jakarta.
- Toaha, S. (2008). Model Dengan Tundaan Waktu. *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*, 4(2), 66-75.
- Zulkarnaen, D. (2014). Proyeksi Populasi Penduduk Kota Bandung Menggunakan Model Pertumbuhan Populasi Verhulst dengan Memvariasikan Interval Pengambilan Sampel. *JURNAL ISTEK*, 8(1).