

Analisis Efektivitas Integral Numerik Metode Simpson 3/8 Dan Metode Boole Dalam Menentukan Luas Menggunakan PHP

Didi Firmansyah^{1*}, Amrullah², Junaidi³, Sudi Prayitno⁴

¹ Mahasiswa Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Mataram, Mataram

^{2,3,4} Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Mataram, Mataram

didifirmansyah@mhs.unram.ac.id

Diterima: 28-05-2025; Direvisi: 04-06-2025; Dipublikasi: 05-06-2025

Abstract

Integral calculation is an important concept in mathematics, commonly used to determine the area under a curve. However, analytical integration is not always feasible, especially when dealing with complex functions. Therefore, numerical approaches such as Simpson's 3/8 method and Boole's rule are required to obtain approximate values of definite integrals. This article aims to analyze the effectiveness of both methods in determining the positive area under the curve, implemented using PHP in a web-based application. The evaluation was conducted on polynomial, transcendental, and trigonometric functions by comparing the numerical results with their exact values. The results indicate that Boole's rule offers higher accuracy, with average relative errors of 0% (polynomial), $1.39 \times 10^{-4}\%$ (transcendental), and 8.209% (trigonometric). In contrast, Simpson's 3/8 method produced errors of $5.1 \times 10^{-3}\%$, $5.71 \times 10^{-4}\%$, and 8.113% for the same functions. In terms of efficiency, Simpson's 3/8 was faster, with execution times ranging from 0.49200 to 0.605625 ms, while Boole's rule required between 0.475125 and 0.776625 ms. Although the difference is minor, it suggests that Simpson's 3/8 is more suitable for systems requiring fast response times, whereas Boole's rule is more appropriate when high accuracy is prioritized.

Keywords: numerical integration; Simpson's 3/8; Boole's rule; PHP; area; effectiveness

Abstrak

Perhitungan integral merupakan konsep penting dalam matematika yang digunakan untuk menentukan luas area di bawah kurva. Namun, integrasi analitik tidak selalu dapat dilakukan, terutama jika fungsi yang digunakan memiliki bentuk yang kompleks. Oleh karena itu, pendekatan numerik seperti metode Simpson 3/8 dan metode Boole diperlukan untuk memperoleh nilai hampiran dari integral tentu. Artikel ini bertujuan untuk menganalisis efektivitas kedua metode tersebut dalam menentukan luas positif area di bawah kurva, melalui implementasi dalam bahasa pemrograman PHP berbasis web. Uji coba dilakukan pada fungsi polinomial, transenden, dan trigonometri, dengan membandingkan hasil numerik terhadap nilai eksak. Hasil menunjukkan bahwa metode Boole memiliki tingkat akurasi lebih tinggi, dengan rata-rata galat sebesar 0% (polinomial), $1,39 \times 10^{-4}\%$ (transenden), dan 8,209% (trigonometri). Sementara itu, metode Simpson 3/8 menghasilkan galat sebesar $5,1 \times 10^{-3}\%$, $5,71 \times 10^{-4}\%$, dan 8,113% untuk fungsi yang sama. Dari sisi efisiensi, Simpson 3/8 lebih unggul dalam waktu komputasi, yaitu 0,49200–0,605625 ms, dibandingkan Boole yang memerlukan 0,475125–0,776625 ms. Selisih waktu yang kecil ini menunjukkan bahwa Simpson 3/8 lebih cocok digunakan pada sistem yang membutuhkan respons cepat, sedangkan Boole lebih tepat untuk kebutuhan akurasi tinggi.

Kata Kunci: integrasi numerik; Simpson 3/8; Boole; PHP; luas; efektivitas

1. PENDAHULUAN

Integral merupakan salah satu konsep dasar dalam matematika yang sangat penting dalam berbagai disiplin ilmu, termasuk fisika, teknik, ekonomi, dan matematika. Sebagai bagian penting dari matematika memiliki berbagai manfaat dalam kehidupan sehari-hari. Integral berperan penting dalam memecahkan beragam masalah kompleks dan memberikan wawasan yang lebih mendalam dalam berbagai aspek kehidupan (Yuliana, Zahro, Rohman, & Hernaeny, 2024). Integral memungkinkan kita untuk menghitung akumulasi, perubahan, atau total dari berbagai besaran, terutama ketika besaran tersebut berubah secara kontinu. Integral digunakan dalam banyak kasus, salah satunya untuk menghitung luas area di bawah kurva baik pada daerah beraturan maupun tidak beraturan. Untuk daerah tak beraturan dengan fungsi yang diketahui, pendekatan integral tentu dapat digunakan. Namun, jika fungsi tersebut kompleks atau tidak diketahui bentuk eksaknya, metode analitik menjadi kurang efisien sehingga diperlukan pendekatan alternatif, yaitu melalui integrasi numerik. Menurut Subarinah (2022:81) metode numerik untuk integrasi adalah suatu perhitungan integral tentu yang didasarkan pada perhitungan perkiraan (pendekatan), hal ini tentu akan menyebabkan timbulnya galat. Perhitungan ini dilakukan dengan mendekati fungsi integral dengan suatu fungsi yang lebih mudah dihitung integralnya. Metode untuk integrasi numerik dibedakan menjadi tiga pendekatan, yaitu Metode Pias, Metode Newton Cotes dan Metode Kuadratur Gaus (Nopriani *et al.*, 2021).

Metode Simpson adalah salah satu metode integrasi numerik yang digunakan untuk menghitung integral tentu (Pardede, Kusfa, & Tamba, 2024). Integrasi numerik dengan menggunakan metode Simpson terdiri dari dua metode yaitu, Simpson 1/3 dan Simpson 3/8, keduanya memiliki orde galat yang sama (Erma, Alwi, & Nursyamsi, 2019). Metode Simpson 3/8 lebih akurat dibandingkan dengan metode standar karena menggunakan satu nilai fungsional dan metode simpson 3/8 dapat digunakan untuk n subinterval kelipatan 3, baik ganjil maupun genap (Pardede *et al.*, 2024). Dengan demikian, metode Simpson 3/8 tidak hanya menawarkan hasil yang akurat karena penggunaan polinomial derajat yang lebih tinggi yang mana metode Simpson 1/3 menghampiri fungsi $f(x)$ dengan polinomial interpolasi derajat 2 dan metode Simpson 3/8 menghampiri fungsi $f(x)$ dengan polinomial interpolasi derajat 3 (Mulyono, 2022), hal tersebut memberikan fleksibilitas lebih dalam penerapannya pada berbagai kasus integrasi numerik. Selain metode Simpson, ada juga metode numerik lain seperti metode Boole, yang termasuk dalam aturan Newton-Cotes. Prinsip dasar yang digunakan oleh metode boole adalah menggunakan polinomial $P(x)$ berderajat 4 untuk menghampiri $f(x)$ (Lutfi & Sofana, 2021). Menurut Saputra, Anwar, & Tanjung (2024:67) Metode boole memberikan akurasi yang lebih tinggi dibandingkan dengan metode Simpson 3/8 karena metode Boole menggunakan polinomial orde empat (polinomial kuartik) untuk mengaproksimasi integral. Namun, pada penelitian yang dilakukan oleh Rofikar, (2022) mengemukakan

bahwa metode simpson $3/8$ lebih efektif dalam menyelesaikan masalah integral karena membutuhkan jumlah iterasi yang sedikit dan menghasilkan tingkat kesalahan yang kecil. Perbedaan ini menunjukkan perlu adanya penelitian lebih lanjut untuk mendalami metode mana yang lebih efektif dan efisien digunakan dalam menyelesaikan masalah integral secara numerik.

Perhitungan dalam metode numerik umumnya dilakukan secara iteratif, yang menyebabkan banyaknya operasi hitung yang harus dilakukan berulang kali. Karena itu, diperlukan dukungan dari program aplikasi komputer untuk menjalankan proses perhitungan tersebut dengan lebih efisien (Erma *et al.*, 2017). Penggunaan komputer dalam metode numerik melibatkan pemrograman langkah-langkah metode numerik yang diformulasikan ke dalam program komputer menggunakan bahasa pemrograman seperti FORTRAN, PASCAL, C, C++, BASIC, PHP, dan lainnya (Munir, 2015:9). Salah satu bahasa pemrograman yang dapat digunakan untuk tujuan ini adalah Hypertext Preprocessor (PHP). Meskipun lebih dikenal sebagai bahasa pemrograman web, PHP juga memiliki kemampuan untuk melakukan komputasi numerik berkat dukungan fungsi matematika yang lengkap dan sintaks yang mudah dipahami.

Penelitian Herfina, Amrullah, dan Junaidi (2019) menunjukkan bahwa metode Trapesium dan Simpson yang diimplementasikan dalam pemrograman Pascal mampu menghasilkan nilai luas poligon yang sama dengan nilai eksak tanpa galat, serta memiliki waktu eksekusi yang hampir identik. Sementara itu, penelitian Rofikar (2022) membandingkan beberapa metode integrasi numerik, seperti Adaptive Simpson, Trapesium, Gauss-Legendre, dan Boole, dan menyimpulkan bahwa metode Adaptive Simpson memberikan galat lebih kecil dengan iterasi lebih sedikit. Namun, setiap metode memiliki keunggulan tersendiri yang bergantung pada karakteristik integral yang diselesaikan. Beberapa penelitian sebelumnya memang telah mengimplementasikan metode numerik dalam berbagai bahasa pemrograman seperti Pascal dan Matlab, namun penelitian mengenai penggunaan PHP untuk membandingkan metode Simpson $3/8$ dan Boole masih terbatas. Masih sedikit studi yang secara eksplisit membandingkan kedua metode tersebut dalam konteks perhitungan luas menggunakan platform pemrograman web seperti PHP. Padahal, PHP sebagai bahasa pemrograman web yang fleksibel dan mendukung berbagai fungsi matematis kompleks memiliki potensi besar untuk mengimplementasikan kalkulasi numerik secara praktis dan aplikatif. Celah inilah yang berusaha diisi dalam penelitian ini, dengan membandingkan efektivitas dan efisiensi metode Simpson $3/8$ dan Boole melalui aplikasi berbasis web menggunakan PHP.

Berdasarkan hal tersebut, penelitian ini bertujuan untuk membandingkan efektivitas dan efisiensi metode Simpson $3/8$ dan metode Boole dalam menentukan luas area di bawah kurva, yang diimplementasikan menggunakan bahasa pemrograman PHP.

Diharapkan, hasil penelitian ini dapat memberikan gambaran yang lebih jelas mengenai keunggulan masing-masing metode serta potensi PHP sebagai alat bantu dalam komputasi numerik.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian eksperimen yang bertujuan untuk mengetahui efisiensi integral numerik menggunakan Metode Simpson 3/8 dan Metode Boole dengan pemrograman PHP. Efisiensi kedua metode ini dibandingkan berdasarkan besarnya galat dan waktu penyelesaian dalam menghitung luas area positif di bawah kurva. Penelitian eksperimen yang digunakan dalam penelitian ini adalah eksperimen murni (true experimental), di mana penelitian dilakukan dalam lingkungan yang terkendali untuk memastikan variabel-variabel yang dapat memengaruhi hasil penelitian dapat dikendalikan dengan baik. Langkah-langkah atau prosedur yang dilakukan dalam penelitian ini antara lain:

1. Persiapan

Persiapan dilakukan dengan menelusuri literatur terkait metode Simpson 3/8 dan metode Boole, serta konsep dasar integral numerik. Data dan informasi dikumpulkan dari berbagai sumber, termasuk buku, jurnal, catatan, dan materi lainnya, guna memperoleh pemahaman yang komprehensif sebelum memulai penelitian.

2. Pembuatan program Metode Simpson 3/8 dan Metode Boole dalam Pemrograman PHP

Pada tahap ini akan dibuat kode program menggunakan bahasa pemrograman PHP berdasarkan algoritma metode Simpson 3/8 dan metode Boole. Program ini dirancang untuk menghitung integral fungsi tertentu secara numerik dan membandingkan hasil yang diperoleh dari kedua metode.

3. Uji coba program

Selanjutnya tahap uji coba dilakukan untuk mengetahui validitas dari program yang telah dibuat, pengujian program dilakukan pada beberapa fungsi yang telah diketahui nilai eksaknya. Uji coba ini bertujuan untuk mengevaluasi kinerja metode Simpson 3/8 dan metode Boole dalam menghampiri luas yang sebenarnya.

Tabel 1. Fungsi Non linier dan Luas Eksaknya

Fungsi	Luas Eksak	Sumber
$\int_0^5 3x^2 + 4x + 1 dx$	180	(Herfina <i>et al.</i> , 2019)
$\int_3^5 4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 5x + 1 dx$	2690,27	
$\int_0^2 x^2 e^{-x^3} dx$	0,333221	(Nopriani <i>et al.</i> , 2021)
$\int_0^1 14^{2x} dx$	36,94501	
$\int_0^1 4x^2 e^{2x+1} dx$	17,36726	
$\int_0^2 (4 + \cos x)^2 dx$	40,08518	

4. Revisi program

Jika ditemukan kesalahan atau *error* yang relatif besar dalam program yang telah dibuat maka akan dilakukan revisi dan perbaikan pada program untuk memastikan bahwa hasil yang diperoleh sesuai dengan algoritma-algoritma yang telah ditentukan.

5. Analisis hasil

Analisis hasil integrasi numerik dilakukan terhadap metode Simpson 3/8 dan metode Boole pada program PHP. Perbandingan hasil perhitungan kedua metode dilakukan terhadap nilai eksak dari fungsi yang diintegrasikan, serta penghitungan galat (*error*) dan efisiensi waktu masing-masing metode. Untuk memastikan hasil yang lebih komprehensif, uji coba perhitungan menggunakan fungsi polinomial, transenden, dan trigonometri.

Fungsi yang digunakan dalam membandingkan metode adalah sebagai berikut:

1. $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_nx^0$
2. $\frac{ae^{\sqrt{bx}}}{\sqrt{cx}}$
3. $ax \cos bx \sin cx$

6. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis, kesimpulan ditarik mengenai perbandingan efektivitas dan efisiensi metode Simpson 3/8 dan metode Boole dalam perhitungan integral numerik menggunakan PHP.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Program PHP yang berhasil dikembangkan dalam penelitian ini menunjukkan hasil yang valid dan sesuai dengan algoritma integral numerik metode Simpson 3/8 dan metode

Boole dalam menghitung luas daerah dibawah kurva. Dalam penelitian ini, luas yang dihitung merupakan luas positif dari area di bawah kurva, yakni nilai absolut dari hasil integral tentu. Hal ini penting untuk diperjelas karena dalam beberapa kasus, hasil integral suatu fungsi dapat bernilai negatif apabila sebagian kurva terletak di bawah sumbu- x . Oleh karena itu, untuk mendapatkan nilai luas secara geometris yang sesungguhnya, hasil integral dihitung dengan cara mengambil nilai absolut dari setiap segmen fungsi terhadap sumbu- x , sehingga seluruh area dipertimbangkan sebagai besaran positif (Varberg et al., 2008). Validitas program dibuktikan melalui pengujian terhadap beberapa fungsi yang nilai integral eksaknya telah diketahui menggunakan fungsi-fungsi yang telah dihimpun dari berbagai literatur.

Tabel 2. Uji Coba Program Metode Simpson 3/8 dan Boole

Fungsi	Luas eksak	Iterasi	Metode simpson 3/8		Metode Boole	
			Hamiran	Galat(%)	Hampiran	Galat(%)
$\int_0^5 3x^2 + 4x + 1 dx$	180	24	180	0,000000	180	0,000000
$\int_3^5 4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 5x + 1 dx$	2690,27	24	2690,26678	0,000001	2690,26667	0,000001
$\int_0^2 x^2 e^{-x^3} dx$	0,333221	24	0,33322	0,000003	0,33322	0,000003
$\int_0^1 14^{2x} dx$	36,94501	24	36,94608	0,000029	36,94502	0,000000
$\int_0^1 4x^2 e^{2x+1} dx$	17,36726	24	17,36738	0,000007	17,36726	0,000000
$\int_0^2 (4 + \cos x)^2 dx$	40,08518	24	40,08518	0,000000	40,08518	0,000000

Hasil perhitungan program pada Tabel 2 menunjukkan nilai hampiran yang sangat mendekati nilai eksak hasil ini sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh Herfina et al. (2019) dan Nopriani *et al.* (2021) menunjukkan bahwa program komputer yang dibangun berdasarkan metode numerik mampu menghasilkan perhitungan luas yang akurat dan valid ketika algoritma diterapkan dengan tepat, galat yang dihasilkan oleh kedua metode juga relatif kecil bahkan nol pada beberapa fungsi, sejalan dengan penelitain Firdaus *et al* (2017) yang menyatakan batas toleransi galat yang diberikan atau kriteria pemberhentiannya ketika galatnya $< 5 \times 10^{-5}$.

Penghitungan ulang dilakukan dengan menggunakan beberapa fungsi diantaranya fungsi polinomial, transenden, dan trigonometri yang berbeda guna membandingkan hasil *output* program yang diperoleh dari masing-masing fungsi tersebut. Langkah ini bertujuan untuk menganalisis perbandingan efektivitas kedua metode dalam menghitung luas berdasarkan jumlah subinterval (n) yang digunakan serta galat relatif yang diperoleh dari masing-masing fungsi

Perhitungan Pada Fungsi Polinomial

Integrasi numerik metode simpson 3/8 dan metode boole digunakan integral fungsi polinomial dengan pangkat tertinggi $n = 5$, batas atas (a) dan batas bawah (b) yang digunakan adalah $\int_0^{10} f(x)dx$ dengan $f(x) = a_0x^5 + a_1x^4 + a_2x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5$ dimana $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 = [1,2,3,4,5]$. Hasil perhitungan integrasi numerik metode simpson 3/8 dan metode boole pada program PHP dengan menggunakan fungsi polinomial dapat dilihat pada Tabel 3 berikut.

Tabel 3. Perhitungan Luas Integral pada Fungsi Polinomial

Parameter						Metode simpson 3/8			Metode boole				
a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	Eksak	n	Hampiran	Galat (%)	Waktu (ms)	Hampiran	Galat (%)	Waktu (ms)
1	2	3	4	5	5	215800	12	215839,06250	0,018101	0,324	215800	0	0,26
1	1	2	1	4	5	192250	12	192287,61574	0,019566	0,243	192250	0	0,252
2	3	4	5	1	4	405090	24	405094,79239	0,001183	0,285	405090	0	0,469
2	1	3	2	2	4	361640	24	361644,61155	0,001275	0,45	361640	0	0,447
3	2	4	3	3	3	551180	36	551181,37531	0,000250	0,828	551180	0	0,851
3	2	1	3	4	3	543730	36	543731,37531	0,000253	0,634	543730	0	0,977
4	5	4	1	1	2	777070	48	777070,59340	0,000076	1,083	777070	0	1,072
4	2	2	1	3	2	712170	48	712170,57644	0,000081	0,998	712170	0	1,885

Nilai hampiran pada metode Simpson 3/8 dan Boole dihitung terhadap nilai eksak yang telah diketahui sebelumnya. Hasil yang diperoleh meliputi fungsi dengan iterasi n sebanyak 12, 24, 36, dan 48. Dari data tersebut didapatkan rata-rata galat dari metode simpson 3/8 adalah $5,1 \times 10^{-3} \%$ dan metode boole 0% Setiap fungsi menunjukkan nilai hampiran yang berbeda-beda, serta waktu eksekusi yang terekam untuk masing-masing metode, baik pada iterasi rendah maupun tinggi. Rata-rata waktu eksekusi fungsi polinom pada metode boole sebesar $0,776625ms$ dan untuk metode simpson 3/8 sebesar $0,605625ms$.

Perhitungan Pada Fungsi Transenden

Integrasi numerik metode simpson 3/8 dan metode boole digunakan integral fungsi transenden dengan batas atas (a) dan batas bawah (b) yang digunakan adalah $\int_1^{10} g(x)dx$ dengan $g(x) = \frac{ae^{\sqrt{bx}}}{\sqrt{cx}}$ dimana $a, b, c = [1,2,3,4,5]$. Hasil perhitungan integrasi numerik metode simpson 3/8 dan metode boole pada program PHP dengan menggunakan fungsi transenden dapat dilihat pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4. Perhitungan Luas Integral pada Fungsi Transenden

Parameter			Metode simpson 3/8				Metode boole			
a	b	c	Eksak	n	Hampira n	Galat (%)	Wakt u (ms)	Hampira n	Galat (%)	Wakt u (ms)
1	2	3	68,12052	12	68,12209	0,0023 05	0,225	68,12100	0,0007 05	0,255
1	3	4	134,8285 8	12	134,8304 1	0,0013 57	0,238	134,8289 6	0,0002 82	0,3
2	4	5	492,5794 1	24	492,5799 7	0,0001 14	0,392	492,5794 5	0,0000 08	0,446
2	1	5	37,3979	24	37,39816	0,0006 95	0,567	37,39794	0,0001 07	0,414
3	2	1	353,9646 2	36	353,9648 2	0,0000 57	0,459	353,9646 4	0,0000 06	0,599
3	4	5	738,8691 1	36	738,8692 9	0,0000 24	0,623	738,8691 2	0,0000 01	0,669
4	3	1	1078,628 68	48	1078,628 78	0,0000 09	0,646	1078,628 68	0,0000 00	0,631
5	4	3	1589,793 21	48	1589,793 33	0,0000 08	0,651	1589,793 21	0,0000 00	0,622

Setiap metode menampilkan nilai hampiran, galat relatif dalam persen (%), serta waktu eksekusi program dalam milidetik (ms). Dari data tersebut didapatkan rata-rata galat dari metode simpson 3/8 adalah $5,71 \times 10^{-4}\%$ dan metode boole $1,39 \times 10^{-4} \%$, dan diperoleh rata-rata waktu eksekusi pada fungsi transenden untuk metode boole sebesar $0,475125ms$ dan untuk metode simpson 3/8 sebesar $0,492ms$.

Perhitungan Pada Fungsi Trigonometri

Integrasi numerik metode simpson 3/8 dan metode boole digunakan integral fungsi transenden dengan batas atas (a) dan batas bawah (b) yang digunakan adalah $\int_0^{10} h(x)dx$ dengan $h(x) = ax\sin(bx)\cos(cx)$ dimana $a, b, c = [1,2,3,4,5]$. Hasil perhitungan integrasi

numerik metode simpson 3/8 dan metode boole pada program PHP dengan menggunakan fungsi transenden dapat dilihat pada Tabel 5 berikut.

Tabel 5. Perhitungan Luas Integral pada Fungsi Trigonometri

Para meter			Eksak	n	Metode simpson 3/8			Metode boole		
a	b	c			Hampir an	Galat (%)	Waktu (ms)	Hampir an	Galat (%)	Waktu (ms)
1	2	3	19,26900	12	22,13997	14,899424	0,207	22,06399	14,505112	0,333
1	3	4	19,56853	12	12,54369	35,898660	0,222	13,10871	33,011269	0,362
2	4	5	40,26954	24	39,37760	2,214925	0,338	36,33320	9,774981	0,447
2	1	1	31,17455	24	30,97491	0,640394	0,342	30,14107	3,315140	0,637
3	2	1	64,56411	36	63,78714	1,203409	0,59	65,19587	0,978500	0,679
3	4	5	60,40431	36	55,72121	7,752924	0,594	58,65710	2,892525	0,703
4	3	1	84,62648	48	84,56655	0,070817	0,794	84,23929	0,457528	1,339
5	4	3	99,93563	48	102,15935	2,225152	0,943	100,67560	0,740447	1,106

Berdasarkan Tabel 5, dilakukan perhitungan luas integral fungsi trigonometri menggunakan metode Simpson 3/8 dan metode Boole dengan variasi parameter a, b dan c . Hasil perhitungan menunjukkan bahwa kedua metode numerik memberikan nilai hampiran yang mendekati solusi eksak, meskipun dengan tingkat galat dan waktu komputasi yang berbeda. Rata-rata galat dari metode simpson 3/8 adalah 8,113213% dan metode boole 8,209448% dan diperoleh rata-rata waktu eksekusi pada fungsi trigonometri untuk metode boole sebesar 0,70075ms dan untuk metode simpson 3/8 sebesar 0,50375ms.

Perbandingan rata-rata galat dan waktu eksekusi dari ketiga jenis fungsi menggunakan metode simpson 3/8 dan metode boole disajikan dalam tabel 6 berikut.

Tabel 6. Rata-Rata Galat Dan Waktu Eksekusi

Jenis fungsi	Metode simpson 3/8		Metode boole	
	Galat (%)	Waktu (ms)	Galat (%)	Waktu (ms)
Polinomial	$5,1 \times 10^{-3}$	0,605625	0	0,776625
Transenden	$5,71 \times 10^{-4}$	0,49200	$1,39 \times 10^{-4}$	0,475125
Trigonometri	$8,113 \times 10^0$	0,50375	$8,209 \times 10^0$	0,700750

Berdasarkan Tabel 6, dapat dilihat bahwa metode Boole cenderung menghasilkan galat lebih kecil dibandingkan metode Simpson 3/8 untuk fungsi polinomial dan transenden, tetapi memerlukan waktu komputasi yang sedikit lebih lama. Sebaliknya, pada fungsi trigonometri, kedua metode memberikan galat yang relatif sama (sekitar 8,1%), namun metode Boole tetap membutuhkan waktu eksekusi lebih tinggi

Efektivitas

Pengujian terhadap metode Simpson 3/8 dan metode Boole dilakukan dengan menggunakan jumlah iterasi (n) dan interval integrasi yang sama untuk setiap jenis fungsi, guna memastikan bahwa perbandingan dilakukan secara adil dan objektif. Dalam setiap uji coba, nilai n dipilih sesuai dengan kelipatan yang disyaratkan oleh masing-masing metode, yaitu kelipatan tiga untuk Simpson 3/8 dan kelipatan empat untuk Boole, namun tetap disamakan antar metode dalam setiap jenis fungsi untuk menjaga kesetaraan kondisi uji. Tujuan pengujian ini adalah untuk mengevaluasi efektivitas kedua metode dalam menghasilkan nilai hampiran integral yang mendekati nilai eksak. Efektivitas diukur melalui besar galat relatif yang dihasilkan dari setiap perhitungan numerik. Sejalan dengan Erma *et al.* (2017), semakin besar jumlah iterasi (n) yang digunakan dalam metode numerik, maka hasil perhitungan integral cenderung semakin baik atau mendekati nilai eksak. Hal ini disebabkan oleh semakin sempitnya subinterval yang digunakan dalam pendekatan, sehingga kurva fungsi dapat direpresentasikan lebih akurat oleh polinomial interpolasi. Oleh karena itu, dalam penelitian ini, pemilihan n juga mempertimbangkan agar hasil yang diperoleh mampu mencerminkan efektivitas metode secara optimal.

Hasil perhitungan yang disajikan dalam Tabel 3, 4, dan 5 menunjukkan bahwa metode Boole secara konsisten menghasilkan galat yang lebih kecil dibandingkan metode Simpson 3/8, khususnya pada fungsi polinomial dan transenden. Pada Tabel 3, semua nilai hampiran metode Boole untuk fungsi polinomial memiliki galat relatif sebesar 0%, sedangkan metode Simpson 3/8 menghasilkan galat bervariasi, namun masih dalam rentang kecil, seperti 0,018101% dan 0,019566%, yang masih tergolong efektif. Pada fungsi transenden (Tabel 4), metode Boole kembali menunjukkan hasil yang sangat baik. Sebagai contoh, pada parameter fungsi $a = 3, b = 4, c = 5$, nilai eksak adalah 738,86911,

dan metode Boole menghasilkan galat hanya 0,000001%. Sementara itu, metode Simpson 3/8 juga masih tergolong efektif dengan galat sebesar 0,000024%. Di sisi lain, pada fungsi trigonometri (Tabel 5), hasil perhitungan menunjukkan galat yang relatif lebih besar untuk kedua metode. Metode Simpson 3/8 menghasilkan galat rata-rata 8,113%, sedangkan metode Boole sebesar 8,209. Namun demikian, dalam kasus tertentu, Simpson 3/8 menunjukkan galat lebih rendah, seperti pada parameter $a = 4, b = 3, c = 1$, dengan galat sebesar 0,070817% dibandingkan 0,457528% pada metode Boole. Hal ini menunjukkan bahwa metode Simpson 3/8 memiliki keunggulan dalam menangani fungsi-fungsi periodik seperti trigonometri, karena struktur pendekatannya yang lebih sesuai dengan sifat fungsi tersebut.

Tabel 6 memperkuat temuan ini: pada fungsi polinomial, Boole unggul dengan galat 0% dibandingkan Simpson 3/8 sebesar $5,1 \times 10^{-3}\%$ pada fungsi transenden, Boole mencatat galat $1,39 \times 10^{-4}\%$ dibanding $5,71 \times 10^{-4}\%$ dan pada fungsi trigonometri, Simpson 3/8 unggul sedikit dengan 8,113% dibanding 8,209%. Berdasarkan data tersebut, dapat disimpulkan bahwa metode Boole lebih efektif untuk fungsi-fungsi halus dan kompleks seperti polinomial dan eksponensial, sedangkan Simpson 3/8 lebih efektif untuk fungsi-fungsi periodik seperti trigonometri, sejalan yang dikemukakan Saputra *et al.* (2024) hal ini dikarenakan metode Boole menggunakan lebih banyak titik evaluasi dalam satu segmen integrasi (5 titik), sehingga aproksimasi terhadap bentuk fungsi menjadi lebih baik. Sementara itu, metode Simpson 3/8 menggunakan 4 titik (polinomial orde 3) dalam satu segmen, sehingga metode boole memberikan hasil yang lebih akurat dibandingkan dengan metode simpmpson 3/8. Oleh karena itu, pemilihan metode integral numerik yang ideal harus mempertimbangkan sifat fungsi yang akan diintegrasikan: metode Boole lebih direkomendasikan untuk fungsi halus seperti polinomial dan eksponensial, sementara metode Simpson 3/8 lebih cocok untuk fungsi periodik seperti trigonometri.

Efisiensi Waktu

Selain mempertimbangkan efektivitas hasil, efisiensi dari metode numerik juga diukur melalui waktu eksekusi komputasi yang dibutuhkan dalam menyelesaikan proses integrasi, sejalan dengan penelitian Firdaus *et al.* (2023) yang mengemukakan efisiensi tidak hanya eror atau galatnya saja tetapi kecepatan algoritma pada waktu penyelesaian masalah. Dalam konteks penelitian ini, waktu eksekusi diukur dalam satuan milidetik (ms) menggunakan fungsi *microtime(true)* pada bahasa pemrograman PHP, yang mencatat durasi mulai dari proses input hingga keluaran nilai hampiran. Analisis waktu ini penting, terutama untuk mempertimbangkan penggunaan metode numerik dalam aplikasi berbasis web yang memerlukan respons cepat, atau dalam kasus komputasi berulang dan berskala besar.

Hasil pengujian yang ditampilkan dalam Tabel 3, 4, dan 5 menunjukkan bahwa metode Simpson 3/8 secara umum memiliki waktu eksekusi yang lebih cepat dibandingkan metode Boole, meskipun selisihnya tidak terlalu signifikan. Misalnya, pada fungsi polinomial, salah satu perhitungan menunjukkan bahwa metode Simpson 3/8 menyelesaikan proses integrasi dalam waktu 0,324 ms, sedangkan metode Boole membutuhkan 0,26 ms. Namun, pada kasus lain, terutama ketika jumlah subinterval bertambah, metode Boole cenderung lebih lambat, seperti pada salah satu parameter yang memerlukan waktu 1,885 ms dibandingkan 0,998 ms oleh Simpson 3/8. Hal serupa juga terjadi pada fungsi transenden (Tabel 4), di mana Simpson 3/8 umumnya membutuhkan waktu kurang dari 0,5 ms, sedangkan metode Boole rata-rata sedikit lebih tinggi, misalnya 0,669 ms dan 0,622 ms untuk kasus nilai eksak yang tinggi.

Perbedaan waktu eksekusi ini semakin jelas dalam Tabel 5 (fungsi trigonometri), yang menunjukkan bahwa metode Boole secara konsisten memiliki waktu eksekusi yang lebih lama daripada Simpson 3/8. Sebagai contoh, pada parameter $a = 4, b = 3$, dan $c = 1$, waktu eksekusi metode Simpson 3/8 adalah 0,794 ms, sedangkan metode Boole membutuhkan waktu 1,339 ms. Rata-rata waktu eksekusi keseluruhan dari ketiga jenis fungsi dapat dilihat pada Tabel 6, di mana Simpson 3/8 mencatat waktu 0,605625 ms untuk fungsi polinomial, 0,49200 ms untuk transenden, dan 0,50375 ms untuk trigonometri. Sementara itu, metode Boole memerlukan waktu lebih besar, yaitu 0,776625 ms untuk polinomial, 0,475125 ms untuk transenden, dan 0,700750 ms untuk trigonometri.

Secara umum, meskipun metode Boole menghasilkan galat yang lebih kecil pada beberapa jenis fungsi, peningkatan akurasi ini dibarengi dengan beban komputasi yang lebih besar. Hal ini dapat dijelaskan oleh kompleksitas rumus metode Boole yang menggunakan polinomial orde empat dengan lebih banyak titik evaluasi dan koefisien, sehingga iterasi dalam prosesnya menjadi lebih berat dibanding metode Simpson 3/8 yang menggunakan polinomial orde tiga. Dengan demikian, jika waktu respons sistem menjadi prioritas, metode Simpson 3/8 cenderung lebih efisien dan sesuai untuk diterapkan, hal ini didukung juga dengan penelitian Hasan *et al.*, (2024) mengemukakan metode simpson 3/8 memiliki keunggulan dalam kecepatan eksekusi terutama pada fungsi polinomial, trigonometri dan eksponensial.

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil pengujian, dapat disimpulkan bahwa metode Boole lebih efektif dibandingkan metode Simpson 3/8 dalam hal akurasi, dengan rata-rata galat yang lebih kecil pada fungsi polinomial (0%), transenden ($1,39 \times 10^{-4}\%$), dan trigonometri (8,209%) dibandingkan Simpson 3/8 yang menghasilkan galat sebesar $5,1 \times 10^{-3}\%$, $5,71 \times 10^{-4}\%$, dan 8,113% untuk fungsi yang sama. Keunggulan akurasi ini menunjukkan bahwa metode

Boole lebih tepat digunakan untuk fungsi-fungsi halus dan kompleks. Namun, dari segi efisiensi waktu, metode Simpson 3/8 lebih unggul karena memiliki waktu eksekusi yang lebih cepat, yaitu antara 0,49200 ms hingga 0,605625 ms, sedangkan metode Boole memerlukan waktu antara 0,475125 ms hingga 0,776625 ms. Dengan demikian, pemilihan metode tergantung pada prioritas kebutuhan—apakah mengutamakan akurasi seperti pada metode Boole, atau kecepatan proses seperti pada metode Simpson 3/8.

5. REKOMENDASI

Bahasa pemrograman PHP memiliki beberapa keterbatasan dalam menangani fungsi-fungsi matematika tertentu, sehingga pengembangan lebih lanjut disarankan menggunakan bahasa pemrograman lain seperti *JavaScript* atau *Python* yang memiliki dukungan pustaka numerik lebih lengkap. Untuk penelitian selanjutnya, disarankan agar implementasi metode Simpson 3/8 dan Boole juga diuji pada penyelesaian integral berdimensi lebih tinggi, seperti integral lipat dua atau lipat tiga, guna memperluas cakupan aplikasi. Selain itu, program yang telah dikembangkan dapat diperluas penerapannya ke bidang lain seperti fisika, teknik, atau ekonomi, agar hasil penelitian ini dapat memberikan manfaat yang lebih luas dan aplikatif dalam penyelesaian masalah nyata di berbagai disiplin ilmu. Beberapa hambatan yang dapat memengaruhi hasil penelitian ini antara lain keterbatasan presisi komputasi pada PHP, kurangnya pustaka numerik bawaan, serta ketergantungan pada akurasi input fungsi dari pengguna. Oleh karena itu, validasi tambahan dan integrasi dengan sistem evaluasi simbolik atau pustaka eksternal dapat menjadi solusi sekaligus peluang untuk pengembangan lanjutan.

6. REFERENSI

- Erma, E., Alwi, W., & Nursyamsi. (2019). Solusi integrasi numerik dengan metode simpson(simpson's rule) pada transformasi hankel. *Jurnal MSA (Matematika Dan Statistika Serta Aplikasinya)*, 5(1), 81–86. <https://doi.org/10.24252/msa.v5i1.4493>
- Erma, E., Rahayu, P., & Zuhairroh, F. (2017). Perbandingan solusi numerik integral lipat dua pada fungsi aljabar dengan metode romberg dan simulasi monte carlo. *Jurnal MSA (Matematika Dan Statistika Serta Aplikasinya)*, 5(1), 46–57. <https://doi.org/10.24252/msa.v5i1.4479>
- Firdaus, A., Amrullah, A., Wulandari, N. P., & Hikmah, N. (2023). Analisis efisiensi integral numerik metode simpson 1/3 dan simpson 3/8 menggunakan program software berbasis pascal. *Jurnal Teknologi Informatika Dan Komputer*, 9(2), 1051–1064. <https://doi.org/10.37012/jtik.v9i2.1737>
- Hasan, R. R., Amrullah, A., Kertiyani, N. M. I., & Prayitno, S. (2024). Perbandingan Integrasi Numerik Metode Simpson Tiga per Delapan dan Romberg Menggunakan Pemrograman Perl Hypertext Preprocessor. *MAJAMATH: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 7(2), 94–106. <https://doi.org/10.36815/majamath.v7i2.3470>
- Herfina, N., Amrullah, A., & Junaidi, J. (2019). Efektivitas Metode Trapesium dan Simpson Dalam

- Penentuan Luas Menggunakan Pemrograman Pascal. *Mandalika Mathematics and Educations Journal*, 1(1), 53–65. <https://doi.org/10.29303/jm.v1i1.1242>
- Lutfi, M., & Sofana, I. (2021). *Belajar bahasa r metode numerik*. Bandung: Google Digital.
- Mulyono, M. (2022). Evaluasi dari metode: trapesium, simpson 1/3, simpson 3/8 dan newton cotes orde 4-10 untuk menghitung integral tertentu secara numerik. *AKSIOMA: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 13(3), 466–479. <https://doi.org/10.26877/aks.v13i3.12908>
- Munir, R. (2015). *Metode numerik* (4th ed.). Bandung: Informatika Bandung.
- Nopriani, N., Ansar, A., & Ekawati, D. (2021). Pengintegralan numerik untuk interval titik yang tidak sama menggunakan aturan boole. *Journal of Mathematics: Theory and Applications*, 8–13. <https://doi.org/10.31605/jomta.v3i1.1374>
- Pardede, B. H. R., Kusfa, B. D., & Tamba, L. T. (2024). Penerapan metode trapesium , metode simpson 1/3, dan metode simpson 3/8 dalam integrasi numerik menggunakan software matlab. *Pentagon: Jurnal Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam*, 2(4), 24–31. <https://doi.org/10.62383/pentagon.v2i4.268>
- Rofikar, D. C. (2022). *Perbandingan metode adaptive simpson, trapesium, gauss-legendre dan integrasi boole menyelesaikan integral berdasarkan nilai galat*. (Undergraduate degree Thesis) Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, Indonesia.
- Saputra, I., Anwar, N. A., & Tanjung, T. (2024). *Implementasi python, C++, php pada metode numerik*. Yogyakarta: PT Penamuda Media.
- Subarinah, S. (2022). *Metode numerik* (3rd ed.). Mataram: FKIP Universitas Mataram.
- Varberg, D., Purcell, E. J., & Rigdon, S. E. (2008). *Kalkulus edisi kesembilan* (9th ed.). Jakarta: Erlangga.
- Yuliana, C., Almar Atu Zahro, S., Nadya Nur Rohmah, A., & Hernaeny, U. (2024). Pengaruh integral di berbagai bidang dalam kehidupan sehari-hari. *Trigonometri: Jurnal Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam*, 4(1), 80–90. <https://doi.org/10.3483/trigonometri.v4i1.4780>