Griya Journal of Mathematics Education and Application
Volume 5 Nomor 3, September 2025
e-ISSN 2776-124X||p-ISSN 2776-1258
https://mathjournal.unram.ac.id/index.php/Griya/index

Gabungan Himpunan α −Embedded

Albert Mario Kumanireng[1*], Mira Wadu[2], Ariyanto[3]

[1] Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Nusa Cendana
[2] Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Nusa Cendana
[3] Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Nusa Cendana

albert_kumanireng@staf.undana.ac.id

Diterima: 8-8-2025; Direvisi:9-9-2025; Dipublikasi: 17-9-2025

Abstract
This paper discusses the properties of α – embedded set, i.e., the union of two α – embedded sets. In the metric spaces, the union of two α – embedded sets are also α – embedded set. In general topological spaces, these conditions do not neccesarilly hold. We provide the counter example of the sets that are α – embedded sets but whose the union of those sets are not α – embedded set. Further more, we give a sufficient condition for the union of two α - embedded sets being α – embedded set.
Keywords: α – embedded set; α functionally multiplicative class; α functionally additive class; α – separated

Abstrak
Pada artikel ini, diteliti sifat – sifat himpunan α – *embedded*, yaitu gabungan himpunan-himpunan α – *embedded.* Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa gabungan dua himpunan di ruang metrik merupakan himpunan α – *embedded.* Lebih lanjut, terdapat ruang topologi dimana gabungan dua himpunan α – *embedded* tidak selalu α – *embedded.* Oleh karena itu, kami memberikan syarat tambahan agar gabungan dua himpunan α – *embedded* merupakan himpunan α – *embedded*
Kata Kunci: himpunan α – *embedded*; perkalian fungsional α; penjumlahan fungsional α; α – *separated*

1. PENDAHULUAN

Didalam bidang matematika, terkhususnya topologi umum, *embedded* merupakan salah satu topik yang banyak diteliti. Konsep – konsep himpunan *embedded* yang telah dikenal adalah z – *embedded*, C – *embedded*, dan C^* - *embedded.* Beberapa matematikawan yang meneliti topik ini diantaranya John William dan Green (Green, 1972) dan R. L. Blair dan A.W. Hager (Blair & Hager, 1974) yang menyelidiki sifat-sifat himpunan z – *embedded*, C – *embedded*, dan C^* - *embedded.* Olena Karlova (Karlova, 2014) mengembangkan konsep himpunan C - *embedded* menjadi himpunan α – *embedded.* Suatu himpunan A pada ruang topologi X merupakan himpunan α – *embedded* jika untuk setiap A himpunan penjumlahan fungsional kelas α di A, terdapat C himpunan penjumlahan fungsional kelas α di X sehingga $B = C \cap A$. Untuk kasus $\alpha = 0$, himpunan 0 – *embedded* merupakan himpunan C – *embedded.*

Dengan menggunakan konsep α – *embedded,* Olena Karlova mengembangkan konsep perluasan Kuratowski, yaitu:

Teorema : (Karlova, 2014) *Diberikan bilangan ordinal* $0 \leq \alpha < \omega_1$, *ruang topologi* X, *dan ruang Polish* Y. *Himpunan* $E \subseteq X$ K_α *– embedded di* X *jika dan hanya jika setiap fungsi* $f \in K_\alpha(E, Y)$ *dapat diperluas ke fungsi* $g \in K_\alpha(X, Y)$.

Di dalam artikelnya, (Blair, 1976) membahas topik terkait himpunan z – *embedded*. Salah satu topik yang dibahas adalah gabungan himpunan z – *embedded*. Hasil yang diperoleh, diantaranya :

Teorema : *Diberikan keluarga himpunan* $\{S_\alpha\}_{\alpha \in I}$ *di* X *dan keluarga* $\{P_\alpha\}_{\alpha \in I}$ *himpunan terbuka fungsional yang locally finite pairwise disjoint di* X *sedemikian sehingga* $S_\alpha \subseteq P_\alpha$ *untuk setiap* $\alpha \in I$ *dengan* I *himpunan indeks. Jika* S_α z *– embedded di* X *untuk setiap* $\alpha \in I$, *maka* $\cup_{\alpha \in I} S_\alpha$ z *– embedded di* X.

Salah satu pertanyaan yang muncul adalah apakah sifat α – *embedded* dipertahankan terhadap gabungan.

Didalam artikel ini, dibuktikan bahwa pada ruang metrik, gabungan berhingga dari dua himpunan α – *embedded* tetap dipertahankan. Selain itu disajikan juga contoh yang menunjukkan keterbatasan sifat ini di ruang regular lengkap. Oleh karena itu, penting untuk mengkaji kondisi-kondisi yang menjamin ketertutupan sifat α *– embedded* terhadap operasi irisan dan gabungan. Artikel ini bertujuan untuk mengkaji lebih dalam sifat gabungan dari dua himpunan α – *embedded*, baik dalam ruang metrik maupun dalam ruang topologi umum.

2. METODE PELAKSANAAN

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah kajian literatur dengan pedekatan deduktif – matematis. Kajian literatur ini dipilih karena penelitian ini bersifat teoritis yang berfokus pada sifat ketertutupan gabungan himpunan α – *embedded* pada ruang topologi. Kajian literatur dilakukan untuk mengumpulkan informasi terkait ruang topologi dan himpunan α – embedded. Kajian literatur dilakukan terhadap beberapa literatur yang membahas himpunan α – *embedded* dan topologi. Referensi utama yang digunakan dalam penelitian ini adalah Olena Karlova (Karlova, 2014).

Penelitian ini dimulai dengan mengumpulkan referensi terkait himpunan α – *embedded* dan sifat – sifatnya. Selanjutnya penulis mengidentifikasi konsep – konsep dasar terkait himpunan α – *embedded*. Penulis melakukan peninjauan lebih jauh terkait teori – teorid penting yang berhubungan dengan sifat ketertutupan gabungan himpunan α - *embedded*. Dari hasil peninjauan ini, selanjutnya penulis mengembangkan teorema terkait sifat ketertutupan gabungan himpunan α – *embedded.* Diperoleh beberapa sifat terkait gabungan himpunan α – *embedded*. Diberikan juga beberapa contoh terkait gabungan himpunan α – *embedded*. Selanjutnya, dirumuskan simpulan terkait gabungan himpunan α – *embedded*, yang meliputi syarat yang diperlukan agar gabungan himpunan α – *embedded* merupakan himpunan α – *embedded*. Hasil ini belum dibahas pada penelitian – penelitian terdahulu.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil dan Pembahasan disajikan ke dalam dua bagian, yaitu Hasil Penelitian Terdahulu dan Hasil Penelitian. Hasil Penelitian Terdahulu menyajikan teori – teori yang telah diperoleh oleh peneliti terdahulu. Lebih lanjut, di dalam Hasil Penelitian dijelaskan hasil penelitian terbaru yang dilakukan oleh penulis. Pada artikel ini juga ditunjukkan bahwa pada ruang metrik, gabungan berhingga himpunan α – embedded merupakan himpunan α – embedded . Beberapa istilah yang digunakan dapat dilihat di (Kuratowski & Jaworowski, 1966), (Engelking, 1989), (Dugundji, 1966), dan (Hart et al., 2004).

3.1 Hasil Penelitian Terdahulu

Terlebih dahulu diberikan definisi himpunan tertutup fungsional dan himpunan terbuka fungsional.

Definisi 3.1.1. *Diberikan ruang topologi X dan himpunan $A \subseteq X$. Himpunan A disebut himpunan tertutup fungsional di X jika terdapat fungsi kontinu $f: X \to [0,1]$ sehingga $A = f^{-1}(0)$. Himpunan A terbuka fungsional X jika A^C tertutup fungsional di X, yaitu terdapat fungsi kontinu f sehingga $B = f^{-1}\big((0,1]\big)$.*

Koleksi semua himpunan tertutup fungsional di X dinotasikan dengan $\mathcal{F}_0^*(X)$ dan koleksi semua himpunan terbuka fungsional di X dinotasikan dengan $\mathcal{G}_0^*(X)$. Diberikan bilangan ordinal $0 \leq \alpha < \omega_1$. Diasumsikan $\mathcal{G}_\xi^*(X)$ dan $\mathcal{F}_\xi^*(X)$ telah terdifinisi untuk setiap $\xi < \alpha$. Apabila α ganjil, didefinisikan

$$\mathcal{G}_\alpha^*(X) = \{A \subseteq X : A = \bigcap_{n\in N} A_n,\, A_n \in \mathcal{G}_\xi^*, \xi < \alpha\}$$

dan

$$\mathcal{F}_\alpha^*(X) = \{A \subseteq X : A = \bigcup_{n\in N} A_n,\, A_n \in \mathcal{F}_\xi^*, \xi < \alpha\}$$

Apabila α genap, didefinisikan

$$\mathcal{G}_\alpha^*(X) = \{A \subseteq X : A = \bigcup_{n\in N} A_n,\, A_n \in \mathcal{G}_\xi^*, \xi < \alpha\}$$

dan

$$\mathcal{F}_\alpha^*(X) = \{A \subseteq X : A = \bigcap_{n\in N} A_n,\, A_n \in \mathcal{F}_\xi^*, \xi < \alpha\}$$

Kelas $\mathcal{F}_\alpha^*(X)$ untuk α ganjil dan kelas $\mathcal{G}_\alpha^*(X)$ untuk α genap disebut kelas penjumlahan fungsional α. Lebih lanjut, kelas $\mathcal{F}_\alpha^*(X)$ untuk α genap dan kelas $\mathcal{G}_\alpha^*(X)$ untuk α ganjil disebut kelas perkalian fungsional α. Koleksi semua himpunan $A \subseteq X$ dimana A anggota kelas penjumlahan fungsional α sekaligus kelas perkalian fungsional α disebut kelas *ambiguous* fungsional α. Untuk lebih memahami himpunan penjumlahan fungsional kelas α dan himpunan perkalian fungsional kelas α, berikut ini disajikan contohnya.

Contoh 3.1.1. Diberikan ruang Niemytski $X = \mathbb{R} \times [0,1]$. Diperhatikan fungsi $f: \mathbb{R} \times [0,1] \to [0,1]$ dengan $f(x,y) = y$. Diambil sebarang himpunan terbuka $V \subseteq [0,1]$. Diperoleh $f^{-1}(V) = \mathbb{R} \times V$. Berdasarkan topologi pada X, diperoleh $f^{-1}(V)$ terbuka di X. Akibatnya, fungsi f kontinu. Lebih lanjut, $\mathbb{R} \times \{0\}$ himpunan tertutup fungsional. Akibatnya, himpunan $\mathbb{R} \times (0,1]$ himpunan terbuka fungsional. Dengan membentuk fungsi $f_n = f \circ g_n$ dengan $g_n(y) = 0$ untuk $y \in \left[0, \frac{1}{n}\right]$ dan $g_n(y) = \left|y - \frac{1}{n}\right|$ untuk $y \in \left(\frac{1}{n}, 1\right]$, diperoleh himpunan $A_n = \mathbb{R} \times \left[0, \frac{1}{\mathrm{n}}\right) \cup \left(\frac{1}{n}, 1\right]$ himpunan terbuka fungsional untuk setiap $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$. Diperoleh, himpunan $A = \cap_{n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}} A_n = \left(\frac{1}{2}, 1\right]$ himpunan $\mathcal{G}_1^*(X)$. Karena $A \in \mathcal{F}_1^*(X)$, maka A anggota kelas ambiguous fungsional kelas 1 di X.

Contoh 3.1.2. Diberikan ruang topologi X dan fungsi terfragmentasi terhitung fungsional $f: X \to \mathbb{R}$. Berdasarkan Lemma 3.12 pada (Kumanireng & Zulijanto, 2023), diperoleh $f^{-1}\big(B(f(x), \epsilon)\big)$ himpunan perkalian fungsional kelas 2 di X.

Definisi 3.1.2. *Diberikan ruang topologi X dan Y, bilangan ordinal* $0 \leq \alpha < \omega_1$, *dan fungsi $f: X \to Y$. Fungsi f disebut fungsi Lebesgue fungsional kelas* α *jika untuk setiap himpunan terbuka $V \subseteq Y$ berlaku himpunan $f^{-1}(V)$ anggota kelas penjumlahan fungsional* α.

Himpunan semua fungsi Lebesgue fungsional kelas α dinotasikan dengan $K_\alpha(X, Y)$. Jika $Y = R$, maka cukup ditulis $K_\alpha(X)$.

Definisi 3.1.3. *Diberikan bilangan ordinal* $0 \leq \alpha < \omega_1$, *ruang topologi X dan Y dan $E \subseteq X$. Koleksi (X, E, Y) dikatakan memiliki sifat perluasan K_α jika untuk setiap fungsi $f \in K_\alpha(E, Y)$ terdapat fungsi $g \in K_\alpha(X, Y)$ perluasan fungsi f.*

Di bawah ini disajikan contoh terkait fungsi Lebesgue kelas α.

Contoh 3.1.3. Diberikan ruang topologi X. Setiap fungsi kontinu $f: X \to \mathbb{R}$ merupakan fungsi Lebesgue fungsional kelas α untuk setiap $0 \leq \alpha < \omega_1$. Karena f kontinu, maka $U = f^{-1}(V)$ terbuka di X untuk setiap himpunan terbuka V di $\mathbb{R}$. Lebih lanjut, didefinisikan fungsi $g: X \to [0,1]$ dengan $g(x) = \frac{d(f(x), V^C)}{1 + d(f(x), V^C)}$ dengan $\mathrm{d}(x, A) = |x - y|$ untuk setiap $y \in A$. Diperhatikan, untuk setiap $x \in U^C$ berlaku $g(x) = 0$. Lebih lanjut, karena V^C tertutup di $\mathbb{R}$, maka untuk setiap $x \in U$ berlaku $g(x) > 0$. Diperoleh, $U = f^{-1}(V)$ hinpunan terbuka fungsional.

Himpunan α – *Embedded*

Selanjutnya, disajikan pengertian, sifat-sifat yang telah diketahui, dan contoh – contoh terkait himpunan α – *embedded*.

Definisi 3.1.4. (Karlova, 2014) *Diberikan bilangan ordinal* $0 \leq \alpha < \omega_1$ *dan ruang topologi X. Himpunan $A \subseteq X$ dikatakan* α *– embedded di X jika untuk setiap E anggota kelas penjumlahan fungsional* α *(perkalian fungsional α) di A, terdapat E' anggota kelas penjumlahan fungsional* α *(perkalian fungsional α) di X sehingga $E = E' \cap A$.*

Jika A himpunan α – *embedded* dan anggota kelas penjumlahan fungsional α di X, maka setiap himpunan anggota kelas penjumlahan fungsional α di A merupakan anggota kelas penjumlahan fungsional α di X. Hal ini dijelaskan di Proposisi di bawah ini.

Proposisi 3.1.1. (Karlova, 2014) *Diberikan ruang topologi X,* $0 \leq \alpha < \omega_1$, *dan $A \subseteq X$ himpunan α – embedded. Jika A merupakan himpunan penjumlahan fungsional kelas α (himpunan perkalian fungsional α) di X, maka setiap himpunan penjumlahan fungsional*

α (himpunan perkalian fungsional α) di A merupakan himpunan penjumlahan fungsional α (himpunan perkalian fungsional α) di X.

Proposisi 3.1.2. (Karlova, 2014) *Diberikan ruang topologi X dan bilangan ordinal* $0 \leq \alpha, \beta < \omega_1$. *Jika* $\alpha < \beta$, *maka setiap himpunan* α – *embedded merupakan himpunan* β – *embedded.*

Himpunan – Himpunan α – *Separated* dan Ruang α – *Separated*

Berikut ini disajikan Definisi himpunan – himpunan α – separated dan ruang α – separated.

Definisi 3.1.5. (Karlova, 2014) *Diberikan ruang topologi X. Himpunan $A, B \subseteq X$ dikatakan* α *– separated di X jika terdapat fungsi $f \in K_\alpha(X)$ sehingga $A \subseteq f^{-1}(0)$ dan $B \subseteq f^{-1}(1)$. Lebih lanjut, ruang topologi X dikatakan* α*– separated jika untuk setiap $A, B \subseteq X$ anggota kelas perkalian* α *di X dengan $A \cap B = \emptyset$ berlaku A dan B* α *– separated.*

Selanjutnya, pada sebarang ruang topologi X, setiap himpunan perkalian kelas α di X merupakan himpunan α – embedded di X.

Proposisi 3.1.3. (Karlova, 2014) *Diberikan ruang topologi X dan bilangan ordinal* $0 \leq \alpha < \omega_1$. *Setiap himpunan $A \subseteq X$ anggota kelas perkalian* α *di X merupakan himpunan* α – *embedded.*

3.2 Hasil Penelitian

Gabungan dua himpunan α – *embedded* belum tentu α – *embedded*. Hal ini di jelaskan pada contoh di bawah ini.

Contoh 3.2.1. *Terdapat ruang regular lengkap X, himpunan* 0 – *embedded $A, B \subseteq X$ dengan $A \cup B$ bukan himpunan* 0 – *embedded.*

Bukti. Dibentuk himpunan $X_0 = [0,1]$, $X_s = \mathbb{N}$ untuk setiap $s \in (0,1]$, $Y = \prod_{s \in (0,1]} X_s$, dan $X = [0,1] \times Y = \prod_{s \in [0,1]} X_s$. Ruang X merupakan ruang regular lengkap (Karlova, 2014). Dibentuk $A_1 = (0,1]$ dan $A_2 = \{0\}$. Untuk setiap $i = 1,2$, dibentuk

$$F_i = \bigcap_{n \neq i} \{y = (y_s)_{s \in (0,1]} \in Y : |\{s \in (0,1] : y_s = n\}| \leq 1\},$$

$$B_1 = A_1 \times F_1, B_2 = A_2 \times F_2, dan\ E = B_1 \cup B_2.$$

Akan ditunjukkan $F_1 \cap F_2 = \emptyset$. Diandaikan $F_1 \cap F_2 \neq \emptyset$. Diambil sebarang $y \in F_1 \cap F_2$, yaitu $y \in F_1$ dan $y \in F_2$. Karena $|\mathbb{N}| < |(0,1]|$ dan $y \in F_1$, maka $|\{s : y_s = 1\}| = \mathfrak{c}$ dan $|\{s : y_s = 2\}| \leq 1$. Lebih lanjut, karena $|\mathbb{N}| < |(0,1]|$ dan $y \in F_2$, maka $|\{s : y_s = 2\}| = \mathfrak{c}$ dan $|\{s : y_s = 1\}| \leq 1$. Kontradiksi dengan $y \in F_1$. Selanjutnya, akan ditunjukkan F_1 dan F_2 tertutup di Y. Tanpa mengurangi keumuman, akan ditunjukkan F_1 tertutup di Y. Terlebih dahulu akan ditunjukkan untuk setiap bilangan asli $n \neq 1$ berlaku himpunan $D_n = \{y = (y_s)_{s \in (0,1]} \in Y : |\{s \in (0,1] : y_s = n\}| \leq 1\}$ tertutup di Y. Diperhatikan,

$$D_n^C = \{y = (y_s)_{s \in (0,1]} \in Y : |\{s \in (0,1] : y_s = n\}| \geq 2\}.$$

Diambil sebarang $y \in D_n^C$. Diasumsikan $|\{s \in (0,1] : y_s = n\}| = k$ dengan $k \geq 2$. Dinamakan, $s_1, s_2, \dots, s_k \in (0,1]$ sehingga $y_{s_1} = y_{s_2} = \cdots = y_{s_k} = n$. Dibentuk $U = \prod_{s \in (0,1]} U_s$ dengan $U_s = \{n\}$ untuk $s \in \{s_i : i = 1,2, \dots, k\}$ dan $U_s = \mathbb{N}$ untuk s lainnya. Diperhatikan, U_s terbuka di Y

dan $U_s \subseteq D_n^C$. Jadi, D_n^C terbuka di Y. Akibatnya, D_n tertutup di Y. Lebih lanjut, F_1 tertutup di Y. Untuk F_2 dapat dibuktikan dengan cara yang sama. Diperhatikan, B_1 dan B_2 tertutup di Y. Tanpa mengurangi keumuman, akan ditunjukkan untuk B_1. Diambil sebarang $x = (x_s)_{s\in[0,1]} \in X \setminus B_1$. Akibatnya, $x_0 = 0$ atau $(x_s)_{s\in(0,1]} \in \mathrm{Y} \setminus F_1$. Karena F_1 tertutup, maka $X \setminus B_1$ terbuka. Jadi, B_1 dan B_2 tertutup di X. Akibatnya, $E = B_1 \cup B_2$ tertutup di X. Lebih lanjut, Olena Karlova (Karlova, 2014) menunjukkan B_1 dan B_2 $0-$ *embedded* di X tetapi E tidak $0-$ *embedded* di X.

Pada ruang metrik, himpunan α – *embedded* tertutup terhadap berhingga gabungan.

Teorema 3.2.1. *Diberikan ruang topologi X. Untuk setiap $A, B \subseteq X$ himpunan α – embedded di X dengan $A \cap B = \emptyset$ dan memiliki sifat untuk setiap himpunan G anggota perkalian fungsional kelas α di $A \cup B$ maka berlaku $A \cap G$ anggota perkalian fungsional kelas α di A dan $\mathrm{B} \cap G$ anggota perkalian fungsional kelas α di B berlaku $A \cup B$ α – embedded di X.*

Bukti. Diambil sebarang himpunan $C \in A \cup B$ anggota perkalian fungsional kelas α di $A \cup B$. Akibatnya, $C \cap A$ *anggota perkalian fungsional kelas α di A dan $C \cap B$ anggota perkalian fungsional kelas α di B*. Karena A dan B himpunan α – *embedded*, maka terdapat himpunan terdapat himpunan C_1 dan C_2 anggota perkalian kelas α di X sehingga $C_1 \cap A = C \cap A$ dan $C_2 \cap B = C \cap B$. Dibentuk $C' = C_1 \cup C_2$. Diperhatikan, $C' \cap A = C \cap A$ dan $C' \cap B = C \cap B$. Dengan kata lain, $A \cup B$ himpunan α – *embedded.*

Akibat 3.2.1. *Diberikan ruang metrik X. Untuk setiap $0 \leq \alpha < \omega_1$ dan himpunan α – embedded $A, B \subseteq X$ berlaku $A \cup B$ himpunan α – embedded di X.*

Bukti. Terlebih dahulu akan dibuktikan klaim berikut.

Klaim 1: Untuk setiap $0 \leq \beta < \alpha$, $A \cup B$ memenuhi sifat pada Teorema 1.

Bukti. Untuk $\beta = 0$. Diambil sebarang himpunan terbuka fungsional $G \subseteq A \cup B$. Terdapat fungsi kontinu $f: A \cup B \to [0,1]$ sehingga $G = f^{-1}((0,1])$. Diperhatikan, fungsi $g = f|_A$ merupakan fungsi kontinu. Lebih lanjut, $g^{-1}\big((0,1]\big) = G \cap A$. Akibatnya, $G \cap A$ himpunan terbuka fungsional di $A \cup B$. Selanjutnya, diandaikan benar untuk setiap $0 \leq \beta < \alpha$. Diambil sebarang G himpunan perkalian kelas α di $A \cup B$. Akibatnya, G^{C} anggota penjumlahan fungsional kelas α di $A \cup B$. Terdapat barisan $\{G_n\}$ dengan G_n himpunan perkalian fungsional kelas $\beta < \alpha$ di X sehingga $G = \bigcup_{n\in N} G_n$. Berdasarkan asumsi, $G_n \cap A$ himpunan perkalian fungsional kelas $\beta < \alpha$. Akibatnya, $G^{\mathrm{C}} \cap A$ himpunan penjumlahan fungsional kelas α di A. Diperoleh, $G \cap A$ himpunan perkalian fungsional kelas α di A.

Berdasarkan Klaim 1 dan Teorema 1, diperoleh $A \cup B$ himpunan α – embedded di X.

Akibat 3.2.2. *Diberikan ruang topologi X. Untuk setiap $A_1, A_2, \dots, A_n \subseteq X$ himpunan α – embedded di X dengan $A_i \cap A_j = \emptyset$ untuk setiap $i \neq j$ dan memiliki sifat untuk setiap himpunan G anggota perkalian fungsional kelas α di $\bigcup_{i=1}^n A_i$ berlaku $A_i \cap G$ anggota perkalian fungsional kelas α di A_i untuk setiap $i = 1,2, \dots, n$ maka berlaku $\bigcup_{i=1}^n A_i$ himpunan α – embedded di X.*

3.3 Pembahasan

Hasil yang diperoleh dalam penelitian ini menujukkan sifat ketertutupan gabungan berhingga himpunan α – *embedded* tidak selalu berlaku pada ruang topologi secara umum. Artikel ini menyajikan *counter example,* yaitu ruang regular lengkap dimana gabungan dua himpunan 0 – *embedded* tidak menghasilkan himpunan 0 - *embedded.* Untuk mengatasi keterbatasan itu, penelitian ini memberikan syarat tambahan agar gabungan dua himpunan α – *embedded* tetap himpunan α – *embedded* pada ruang topologi secara umum. Berdasarkan syarat tambahan ini, selanjutnya dapat ditunjukkan sifat ketertutupan ini masih berlaku ruang *metrizable*, yaitu jika diberikan berhingga himpunan – himpunan α – *embedded* di ruang *metrizable,* maka gabungannya masih merupakan himpunan α – *embedded.*

Penelitian ini memberikan perbedaan antara ruang metrik dengan ruang topologi umum dalam hal gabungan himpunan α – *embedded.* Penelitian ini juga memberikan kesempatan untuk pengembangan sifat himpunan α – *embedded* pada operasi himpunan lainnya. Secara keseluruhan, penelitian ini menunjukkan bahwa himpunan α – *embedded* adalah perluasan dari konsep himpunan C – *embedded.*

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan, gabungan dua himpunan α – *embedded* tidak selalu α – *embedded.* Dengan syarat tambahan yang diberikan, diperoleh gabungan dua himpunan α – *embedded* menghasilkan himpunan α – *embedded.* Pada ruang metrik, irisan dan gabungan dua himpunan α – *embedded* merupakan himpunan α – *embedded.*

5. REKOMENDASI

Pada artikel ini hanya diteliti gabungan himpunan α – embedded. Penilitian selanjutnya dapat dilakukan pada irisan himpunan α – embedded.

6. REFERENSI

Blair, R. L. (1976). Spaces in Which Special Sets are z-Embedded. *Canadian Journal of Mathematics*, *28*(4), 673–690. https://doi.org/10.4153/cjm-1976-068-9

Blair, R. L., & Hager, A. W. (1974). Extensions of zero-sets and of real-valued functions. *Mathematische Zeitschrift*, *136*(1), 41–52. https://doi.org/10.1007/BF01189255

Dugundji, J. (1966). *Topology*. Allyn and Bacon, Inc.

Engelking, R. (1989). *General topology* (Rev. and completed ed). Heldermann.

Green, J. W. (1972). Filter Characterizations of C- and C ∗ -Embeddings. *Proceedings of the American Mathematical Society*, *35*(2), 574. https://doi.org/10.2307/2037650

Hart, K. P., Nagata, J., & Vaughan, J. E. (2004). *Encyclopedia of general topology* (1st ed). Elsevier/North-Holland.

Karlova, O. (2014). *On a-embedded sets and extension of mappings* (No. arXiv:1407.6155). arXiv. https://doi.org/10.48550/arXiv.1407.6155

Kumanireng, A. M., & Zulijanto, A. (2023). Sifat-sifat Fungsi Terfragmentasi dan Fungsi Terfragmentasi Terhitung Fungsional. *Jurnal Matematika Integratif*, *19*(1), 57. https://doi.org/10.24198/jmi.v19.n1.45047.55-66

Kuratowski, K., & Jaworowski, J. (1966). *Topology* (Vol. 1). PWN – Polish Scientific Publishers / Academic Press.