

Pemodelan dan simulasi stokastik fluktuasi suhu harian menggunakan model geometric brownian motion

Alfin Syahri^{1*}, Muhammad Budi Akbar², Ruth Amelia Vega S Meliala³, Suvriadi Pangabean⁴

^{1,2,3,4} Ilmu Komputer, FMIPA, Universitas Negeri Medan, Medan

alfinsyahri1025@mhs.unimed.ac.id

Abstract

This study discusses the application of the Geometric Brownian Motion (GBM) model to stochastically model and simulate daily temperature fluctuations in New York City. Temperature data were obtained from the Global Weather Repository dataset (Kaggle) and processed to calculate the drift (μ) and volatility (σ) parameters, which represent the trend and the level of uncertainty in temperature changes. Simulations were conducted using the Monte Carlo method to generate multiple possible temperature trajectories. The results show that the GBM model successfully follows the actual temperature patterns and achieves a Mean Absolute Percentage Error (MAPE) below 10%, with 6.47% for New York, 5.11% for Los Angeles, and 4.81% for Chicago. These findings demonstrate that GBM effectively captures the stochastic dynamics of daily temperature variations and can serve as a reliable short-term climate prediction tool, particularly in urban areas with high temperature fluctuations.

Keywords: Geometric Brownian Motion, Stochastic Simulation, Daily Temperature, Monte Carlo, Climate Prediction.

Abstrak

Penelitian ini membahas penerapan model Geometric Brownian Motion (GBM) untuk memodelkan dan mensimulasikan fluktuasi suhu harian di Kota New York secara stokastik. Data suhu diperoleh dari dataset Global Weather Repository (Kaggle) dan diolah untuk menghitung parameter drift (μ) dan volatilitas (σ) yang merepresentasikan tren serta tingkat ketidakpastian perubahan suhu. Simulasi dilakukan menggunakan metode Monte Carlo untuk menghasilkan beberapa lintasan kemungkinan perubahan suhu. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model GBM mampu mengikuti pola suhu aktual dengan baik dan memberikan nilai Mean Absolute Percentage Error (MAPE) di bawah 10%, yaitu 6,47% untuk New York, 5,11% untuk Los Angeles, dan 4,81% untuk Chicago. Temuan ini membuktikan bahwa GBM efektif dalam menangkap dinamika stokastik suhu harian dan dapat digunakan sebagai alat prediksi iklim jangka pendek yang akurat, terutama di wilayah urban dengan fluktuasi suhu yang tinggi.

Kata Kunci: Geometric Brownian Motion, Simulasi Stokastik, Suhu Harian, Monte Carlo, Prediksi Iklim.

1. PENDAHULUAN

Variabel iklim utama, fluktuasi suhu, memiliki dampak besar terhadap berbagai aspek kehidupan, terutama di daerah perkotaan padat penduduk seperti Kota New York. Perubahan suhu ekstrim dapat mengganggu infrastruktur energi, kesehatan masyarakat, dan aktivitas ekonomi. Oleh karena itu, sangat penting untuk memodelkan dan memahami sifat probabilitistik dari fluktuasi suhu untuk perencanaan kota dan manajemen.

Model prediksi cuaca tradisional biasanya deterministik, yang efektif untuk peramalan jangka pendek. Namun, mereka kurang mampu mengidentifikasi variabilitas dan ketidakpastian yang terkandung dalam data iklim jangka panjang. Suhu, seperti banyak fenomena alam dan finansial lainnya, memiliki komponen acak yang signifikan. Untuk menunjukkan ketidakpastian ini, diperlukan pendekatan pemodelan stokastik yang dapat menyimulasikan berbagai lintasan (path) yang mungkin di masa depan, bukan hanya satu hasil (Maruddani et al., 2023).

Geometric Brownian Motion (GBM), yang pada awalnya dikembangkan dan banyak digunakan dalam industri keuangan untuk memodelkan pergerakan harga aset seperti saham, yang secara alami bersifat fluktuatif dan tidak pasti (Edriani et al., 2021; Jalaludin et al., 2024; Maulana et al., 2025; Ramadhian Ningrum & Seru, 2022; Tampubolon et al., 2025). Dalam model GBM, ada dua parameter utama: drift (μ), yang menunjukkan tren atau laju pertumbuhan rata-rata, dan volatilitas (σ), yang menunjukkan tingkat keacakan atau fluktuasi di sekitar tren (Hersugondo et al., 2022; Zakaria, 2022a). Asumsi dasar agar model ini dapat diterapkan secara efektif adalah data return dari variabel yang diamati harus terdistribusi normal (Edriani et al., 2021; Hersugondo et al., 2022). Analogi ini dapat diterapkan pada suhu: fluktuasi suhu harian dapat dianggap sebagai tren musiman (disebut drift) atau variabilitas harian acak (disebut volatilitas).

Sebuah studi menunjukkan bahwa model GBM adalah proksi yang baik untuk memodelkan pergerakan harga minyak mentah. Ini telah terbukti relevan dan akurat untuk menggunakan tidak hanya aset finansial tetapi juga komoditas lain dengan pergerakan harga yang stokastik (Jalaludin et al., 2024). Keberhasilan ini menunjukkan kemampuan GBM untuk memodelkan berbagai proses yang terkena dampak ketidakpastian. Pemilihan model Geometric Brownian Motion (GBM) dalam penelitian ini didasarkan pada bukti empiris dari penelitian sebelumnya. Menurut Zakaria et al. (2022), model GBM mampu memodelkan temperatur udara permukaan berdasarkan data historis dengan mempertimbangkan parameter ekspektasi, variansi, dan volatilitas yang merepresentasikan karakteristik stokastik data. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa GBM memiliki tingkat akurasi yang sangat baik dengan nilai Mean Absolute Percentage Error (MAPE) di bawah 10% pada beberapa wilayah pengamatan, sehingga model ini dinilai efektif dalam memprediksi temperatur udara (Zakaria, 2022). Jika data yang digunakan memenuhi asumsi normalitas, model GBM dapat memberikan prediksi yang sangat akurat (MAPE < 10%) menurut penelitian tambahan (Hersugondo et al., 2022; Ramadhian Ningrum & Seru, 2022).

Meskipun model yang lebih kompleks seperti Jump Diffusion (Khoir et al., 2022) atau modifikasi dengan Kalman Filter (Maulana et al., 2025) telah dikembangkan untuk mengatasi karakteristik data tertentu (misalnya, heavy tails atau lonjakan tiba-tiba),

penerapan model GBM standar tetap menjadi langkah fundamental yang penting untuk memahami perilaku dasar dari suatu proses stokastik. Sampai saat ini, literatur yang tersedia belum banyak mempelajari penggunaan model GBM untuk menganalisis perubahan suhu harian di kota metropolitan beriklim sedang seperti New York. Tantangan dan peluang baru untuk menguji generalisasi dan kemampuan model ini diberikan oleh kondisi iklim dan dinamika kota New York yang berbeda.

Oleh karena itu, tujuan penelitian ini adalah untuk mengisi celah tersebut dengan menggunakan dan mengevaluasi model Geometric Brownian Motion (GBM) untuk simulasi stokastik fluktuasi suhu harian di Kota New York. Penelitian ini akan mengkalibrasi parameter model berdasarkan data sebelumnya dan menganalisis seberapa baik model tersebut menunjukkan dinamika suhu kota. Pada akhirnya, penelitian ini dapat memberikan wawasan penting untuk pemodelan risiko iklim di lingkungan urban.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Model Geometric Brownian Motion (GBM) adalah metode stokastik yang digunakan untuk memodelkan perubahan variabel acak seiring waktu, baik dalam bidang keuangan seperti harga saham dan nilai tukar, maupun fenomena fisis seperti suhu udara. Berdasarkan studi yang dilakukan oleh (Zakaria, 2022a), metode ini terbukti mampu menggambarkan dinamika perubahan temperatur udara permukaan di wilayah Makassar secara akurat melalui perhitungan parameter ekspektasi, variansi, dan volatilitas berdasarkan data historis. Dalam penelitian tersebut, GBM diterapkan untuk memprediksi pola suhu di tiga lokasi, yaitu Paotere, Parangtambung, dan Sudiang, dengan hasil yang menunjukkan tingkat ketepatan prediksi yang tinggi karena nilai Mean Absolute Percentage Error (MAPE) berada di bawah 10%. Hal ini membuktikan bahwa GBM merupakan model yang efektif dalam menangkap sifat stokastik pada data suhu udara serta dapat digunakan sebagai alat prediksi yang andal untuk menganalisis perubahan iklim jangka pendek dan fluktuasi lingkungan yang acak.

2.1 Proses Stokastik

Proses stokastik menggambarkan sistem atau fenomena yang berubah secara acak seiring waktu dan memiliki ketergantungan terhadap peluang. Model ini banyak digunakan untuk menganalisis data yang bersifat dinamis seperti pergerakan harga saham, suhu, atau variabel ekonomi yang memiliki ketidakpastian tinggi. Menurut Lee et al. pendekatan stokastik menjadi dasar penting dalam pembentukan model Geometric Brownian Motion (GBM) karena mampu merepresentasikan fenomena positif yang mengalami fluktuasi kontinu (Lee et al., 2022). Model ini dijelaskan melalui persamaan diferensial stokastik yang mencakup dua komponen utama, yaitu drift yang

menunjukkan arah perubahan rata-rata, dan volatilitas yang mencerminkan tingkat ketidakpastian terhadap perubahan nilai

Lebih lanjut, Amalia et al. menyatakan bahwa proses stokastik merupakan konsep utama yang menjelaskan perilaku acak dari data seperti harga saham, sehingga dapat dimanfaatkan untuk memperkirakan risiko dan membuat proyeksi di masa depan. Model seperti GBM mengasumsikan bahwa variabel acak mengikuti distribusi lognormal dengan pola pergerakan yang didasarkan pada teori Brownian Motion yang dikembangkan oleh Wiener (Amalia et al., 2025). Sejalan dengan itu, Rosihan et al. menegaskan bahwa volatilitas merupakan manifestasi dari proses stokastik yang menunjukkan tingkat ketidakpastian suatu sistem ekonomi yang dapat berubah secara tiba-tiba (Rosihan et al., 2022). Oleh karena itu, pemahaman terhadap proses stokastik sangat penting dalam pemodelan fenomena yang melibatkan unsur ketidakpastian tinggi, baik di bidang keuangan, iklim, maupun industry.

2.2 Brownian Motion

Gerak Brown (Brownian Motion) adalah pergerakan acak partikel mikroskopis di dalam fluida yang pertama kali ditemukan oleh Robert Brown dan kemudian dimodelkan secara matematis oleh Wiener sebagai dasar dari teori proses stokastik. Dalam pemodelan matematis, konsep ini digunakan untuk menggambarkan dinamika perubahan acak yang terjadi seiring waktu. Menurut Agista et al. gerak Brown berperan penting dalam pembentukan Geometric Brownian Motion (GBM) karena mampu merepresentasikan variasi acak suatu variabel dengan memperhitungkan faktor drift dan volatilitas (Agista et al., 2023). Sementara itu, (Rasyidah & Maulana, 2024) menjelaskan bahwa gerak Brown menjadi landasan utama dalam dinamika stokastik berkelanjutan pada model GBM, yang digunakan untuk menjelaskan ketidakpastian alami dalam data yang tidak dapat diprediksi secara pasti (Hanifah & Maulana, 2024).

2.3 Persamaan Diferensial Stokastik

Persamaan Diferensial Stokastik (Stochastic Differential Equation – SDE) merupakan model matematis yang digunakan untuk merepresentasikan sistem yang berubah secara acak terhadap waktu dengan mempertimbangkan komponen deterministik dan stokastik. Persamaan ini memiliki dua parameter utama, yaitu drift (μ) yang menggambarkan arah perubahan rata-rata, serta volatilitas (σ) yang menunjukkan tingkat ketidakpastian atau penyimpangan acak. Menurut Hanifah dan Maulana bentuk umum dari persamaan diferensial stokastik dapat dituliskan sebagai:

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t) \quad (1)$$

di mana $W(t)$ merupakan proses Wiener atau Brownian Motion yang melibatkan elemen acak pada sistem. Model ini banyak diterapkan dalam bidang ekonomi dan keuangan untuk memprediksi variabel dengan ketidakpastian tinggi, seperti nilai tukar mata uang

atau harga saham, karena mampu menggambarkan dinamika stokastik yang berfluktuasi secara kontinu sepanjang waktu (Hanifah & Maulana, 2024).

2.4 Model Geometric Brownian Motion

Model Geometric Brownian Motion (GBM) merupakan suatu proses stokastik yang banyak digunakan untuk memodelkan pergerakan harga saham yang bersifat acak tetapi tetap bernilai positif. Menurut RR. Kurnia Novita Sari et al. GBM didefinisikan melalui persamaan diferensial stokastik $dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$, di mana μ menunjukkan tingkat pertumbuhan (drift) dan σ menggambarkan volatilitas harga saham (Sari et al., 2023). Model ini mengasumsikan bahwa perubahan logaritmik harga saham mengikuti distribusi normal, sehingga cocok digunakan untuk analisis jangka pendek dalam pasar keuangan Sementara itu, menurut Nurhadini Putri et al. (2024), GBM memiliki keunggulan karena mampu menggambarkan pergerakan harga saham yang selalu bernilai positif dan tidak membutuhkan banyak pengujian data, namun tetap mengasumsikan bahwa data bersifat stasioner dan independen. Dengan demikian, GBM menjadi dasar penting dalam pengembangan model keuangan lanjutan seperti Modified Geometric Brownian Motion (MBM) dan Geometric Fractional Brownian Motion (GBFG) yang berusaha memperbaiki keterbatasan asumsi independensi pada GBM klasik.

2.5 Simulasi Model GBM dalam Pemodelan Suhu

Model Geometric Brownian Motion (GBM) diterapkan dalam pemodelan suhu untuk memperkirakan perubahan temperatur udara dengan mempertimbangkan sifat stokastik atau ketidakpastian alami dalam data suhu. Berdasarkan penelitian Miftafari Zakaria et al., metode GBM mampu merepresentasikan dinamika temperatur udara permukaan dengan menggunakan parameter ekspektasi, variansi, dan volatilitas dari data historis (Zakaria, 2022b). Hasil studi di wilayah Makassar menunjukkan bahwa model ini memberikan hasil prediksi dengan akurasi sangat baik, dibuktikan dengan nilai Mean Absolute Percentage Error (MAPE) di bawah 10%, sehingga efektif digunakan untuk analisis iklim jangka pendek maupun menengah. Selain itu, menurut Bungaria Tampubolon et al. GBM juga dapat diaplikasikan untuk memodelkan fenomena stokastik yang bersifat fluktuatif, seperti suhu atau harga saham, karena model ini memperhitungkan unsur acak dan volatilitas melalui simulasi Monte Carlo, menghasilkan prediksi yang stabil dengan tingkat kesalahan yang rendah. Secara keseluruhan, penerapan GBM pada pemodelan suhu menunjukkan bahwa model ini efektif dalam menangkap pola perubahan alami yang bersifat acak namun tetap dapat diestimasi secara matematis.

2.6 Simulasi Monte Carlo pada Model GBM

Simulasi Monte Carlo pada Model Geometric Brownian Motion (GBM) berfungsi untuk menghasilkan berbagai kemungkinan lintasan harga aset dengan mempertimbangkan parameter drift dan volatilitas, sehingga mampu menggambarkan sifat acak dari pergerakan harga saham maupun komoditas. Berdasarkan penelitian Muhammad Arif

Hunaifi dan Dimas Avian Maulana, metode ini diterapkan dalam model Geometric Brownian Motion yang dimodifikasi dengan Kalman Filter untuk memprediksi harga emas. Simulasi dilakukan dengan berbagai jumlah iterasi, mulai dari 100 hingga 5000 lintasan, dan hasilnya menunjukkan bahwa semakin banyak jumlah lintasan yang disimulasikan, semakin kecil nilai Mean Absolute Percentage Error (MAPE) yang diperoleh hingga mencapai 1,69% pada 5000 lintasan. Proses Monte Carlo ini bekerja dengan memanfaatkan sifat stokastik dari Brownian motion untuk memproyeksikan potensi nilai aset di masa depan, memberikan gambaran distribusi risiko yang lebih komprehensif dibandingkan pendekatan deterministik. Selanjutnya (Hunaifi & Maulana, 2024), menurut N. I. Sakbaniyah et al., penerapan simulasi Monte Carlo dalam GBM digunakan untuk memprediksi pergerakan harga saham dengan memanfaatkan estimasi parameter volatilitas dan drift dari data historis. Melalui replikasi berulang, metode ini mampu memperkirakan variasi harga secara akurat dengan nilai MAPE hanya sebesar 2,391% (Nikmah Isnaeni Sakbaniyah et al., 2025). Hal ini sejalan dengan temuan Fajar Rahmana Putra et al. yang menerapkan simulasi Monte Carlo sebanyak 1000 kali pada model GBM untuk memprediksi saham emas (Gold), menghasilkan tingkat akurasi tinggi dengan nilai MAPE 1,04% serta risiko maksimum sebesar 2,23% berdasarkan Adjusted Expected Shortfall (Adj-ES) (Putra et al., 2025). Secara keseluruhan, pendekatan Monte Carlo dalam GBM terbukti efektif dalam menangani ketidakpastian fluktuasi harga aset dan memberikan dasar matematis yang kuat bagi analisis serta pengambilan keputusan investasi yang berbasis risiko.

2.7 Simulasi Model GBM dalam Pemodelan Suhu

Model Geometric Brownian Motion (GBM) dapat digunakan untuk menganalisis dan mensimulasikan fluktuasi suhu harian di Kota New York dengan mengestimasi dua parameter utama, yaitu drift (rata-rata kecenderungan perubahan suhu) dan volatilitas (tingkat variasi suhu). Parameter tersebut diolah melalui metode simulasi Monte Carlo guna menghasilkan sejumlah lintasan stokastik yang merepresentasikan kemungkinan perubahan suhu di masa mendatang. Evaluasi terhadap kinerja model dilakukan dengan menghitung tingkat akurasi, misalnya menggunakan indikator Mean Absolute Percentage Error (MAPE), untuk menilai kesesuaian antara hasil simulasi dan data observasi. Berdasarkan temuan Hunaifi dan Maulana, penerapan GBM yang dipadukan dengan Kalman Filter mampu meningkatkan ketepatan hasil prediksi karena filter tersebut berfungsi menyesuaikan parameter secara dinamis terhadap perubahan kondisi data (Hunaifi & Maulana, 2024). Hal ini diperkuat oleh penelitian Sakbaniyah et al. yang menunjukkan bahwa penggunaan simulasi Monte Carlo pada model GBM efektif dalam menggambarkan dinamika stokastik, baik untuk fenomena keuangan maupun variabel lingkungan yang bersifat acak seperti suhu harian (Nikmah Isnaeni Sakbaniyah et al., 2025). Dengan demikian, model GBM menjadi salah satu pendekatan matematis yang andal untuk mengevaluasi perilaku stokastik suhu di kawasan urban seperti New York yang memiliki tingkat variabilitas iklim yang tinggi

3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis dan Pendekatan Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dengan metode simulasi stokastik. Pendekatan ini dipilih karena data suhu bersifat dinamis dan mengandung unsur ketidakpastian, sehingga cocok dimodelkan dengan pendekatan stokastik. Model stokastik yang digunakan adalah Geometric Brownian Motion (GBM), yang mampu menggambarkan pergerakan acak suatu variabel terhadap waktu dengan mempertimbangkan parameter drift dan volatilitas.

3.2 Sumber dan Jenis Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini diperoleh dari platform Kaggle, dengan nama dataset Global Weather Repository. Dataset tersebut berisi data kondisi cuaca dari beberapa kota besar di Amerika Serikat, antara lain Chicago, Dallas, Houston, Los Angeles, New York, Philadelphia, Phoenix, San Antonio, San Diego, dan San Jose.

Dalam penelitian ini, data yang digunakan hanya difokuskan pada kota New York, Chicago dan Los Angeles dengan variabel utama berupa suhu rata-rata harian (Temperature_C). Pemilihan data dari satu kota bertujuan agar analisis lebih terfokus dan pola perubahannya dapat diamati dengan jelas.

3.3 Tahapan Penelitian

Tahapan penelitian dilakukan melalui beberapa langkah berikut:

1. Pengumpulan Data

Mengunduh dataset Global Weather Repository dari Kaggle dan memilih data kota New York sebagai sampel analisis.

2. Pra-pemrosesan Data (Data Processing)

Melakukan penyortiran data berdasarkan tanggal, penghapusan data kosong (missing values), serta perhitungan perubahan suhu harian (ΔT).

3. Perhitungan Log Return dan Estimasi Parameter

- Menghitung nilai log return harian (R_t).
- Menentukan parameter drift (μ) dan volatilitas (σ) dengan rumus:

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_t \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_t - \mu)^2} \quad (2)$$

4. Simulasi Menggunakan GBM

- Melakukan simulasi 10 jalur (paths) pergerakan suhu harian selama 30 hari ke depan menggunakan parameter μ dan σ yang diperoleh.
- Model GBM dinyatakan dalam bentuk diskrit:

$$S_{t+\Delta t} = S_t \cdot \exp \left[\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} \cdot Z_t \right] \quad (3)$$

di mana Z_t merupakan variabel acak berdistribusi normal standar $N(0,1)$.

5. Visualisasi dan Analisis Hasil Simulasi

- Menampilkan grafik suhu historis dan hasil simulasi suhu harian.



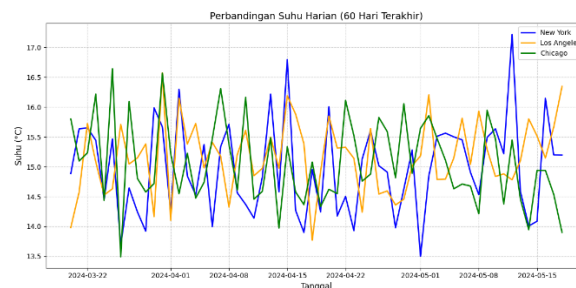
Gambar 1. Flowchart Penelitian

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Tahapan Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini diperoleh dari platform Kaggle, dengan dataset yang berisi informasi kondisi cuaca dari beberapa kota besar di Amerika Serikat, antara lain Chicago, Dallas, Houston, Los Angeles, New York, Philadelphia, Phoenix, San Antonio, San Diego, dan San Jose.

Namun, dalam penelitian ini penulis hanya mengambil data suhu dari kota New York, Chicago, dan Los Angeles sebagai studi kasus, agar analisis lebih terfokus pada satu lokasi dan pola perubahannya dapat diamati dengan lebih jelas. Data tersebut berisi informasi suhu rata-rata harian serta perubahan suhu antar hari.



Gambar 2. Perbandingan Suhu Harian (60 Hari Terakhir)

Gambar 2 memperlihatkan perbandingan fluktuasi suhu harian pada tiga kota besar di Amerika Serikat, yaitu New York, Los Angeles, dan Chicago selama 60 hari terakhir. Berdasarkan grafik tersebut, terlihat bahwa ketiga kota memiliki pola perubahan suhu yang relatif dinamis dengan kisaran suhu berada di antara $13,5^{\circ}\text{C}$ hingga 17°C .

Kota Los Angeles cenderung menunjukkan suhu yang lebih stabil dengan fluktuasi yang tidak terlalu tajam, mencerminkan kondisi iklim yang lebih hangat dan konsisten. Sebaliknya, Chicago menampilkan variasi suhu yang lebih besar, menunjukkan karakteristik iklim kontinental dengan perubahan yang lebih ekstrem antahari. Sementara itu, New York berada di antara keduanya, dengan pola fluktuasi yang moderat namun tetap menunjukkan dinamika perubahan suhu harian yang aktif.

Secara umum, grafik ini menggambarkan adanya perbedaan pola perubahan suhu antarwilayah yang dipengaruhi oleh letak geografis dan kondisi iklim masing-masing kota. Data ini menjadi dasar penting untuk analisis stokastik selanjutnya menggunakan model Geometric Brownian Motion (GBM) dalam memprediksi kemungkinan perubahan suhu pada periode mendatang.

4.2 Simulasi Suhu Menggunakan Model GBM

Model Geometric Brownian Motion (GBM) digunakan untuk mensimulasikan perubahan suhu harian. Sebelum dilakukan simulasi, terlebih dahulu dihitung nilai log return (R_t) yang merepresentasikan tingkat perubahan suhu harian.

Rumus log return didefinisikan sebagai:

1. Log Return (R_t)

$$R_t = \ln \left(\frac{T_t}{T_{t-1}} \right) \quad (4)$$

Keterangan:

- T_t = Suhu pada hari ke-t
- T_{t-1} = suhu pada hari sebelumnya
- \ln = logaritma natural

2. Drift (μ) dihitung sebagai rata-rata dari log-return harian, yang merepresentasikan tingkat pertumbuhan ekspektasian suhu.

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_t \quad (5)$$

Keterangan:

- n = jumlah data log return
- R_t = log return pada periode ke-t

3. Volatilitas (σ) dihitung sebagai standar deviasi dari log-return harian, yang menunjukkan tingkat fluktuasi harga IHSG.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_t - \mu)^2} \quad (6)$$

Berdasarkan perhitungan menggunakan data log return, diperoleh estimasi parameter sebagai berikut:

Table 1. Estimasi Parameter

Kota	Drift (μ)	Volatilitas (σ)	Interpretasi
New York	0.000852	0.070487	Fluktuasi moderat dengan tren stabil
Los Angeles	0.000461	0.072598	Stabil dengan tingkat kesalahan paling rendah
Chicago	0.001547	0.058788	Sedikit lebih volatil namun akurat

4.3 Simulasi Pergerakan Suhu Harian Kota New York dengan Model GBM

Setelah diperoleh nilai estimasi parameter drift (μ) dan volatilitas (σ) dari data historis suhu harian, langkah selanjutnya adalah melakukan simulasi menggunakan model Geometric Brownian Motion (GBM). Model ini banyak digunakan dalam analisis pergerakan variabel stokastik, termasuk harga saham dan data lingkungan seperti suhu, karena mampu menggambarkan dinamika waktu yang mengandung unsur acak (randomness) namun tetap mempertahankan kecenderungan arah (trend) tertentu.

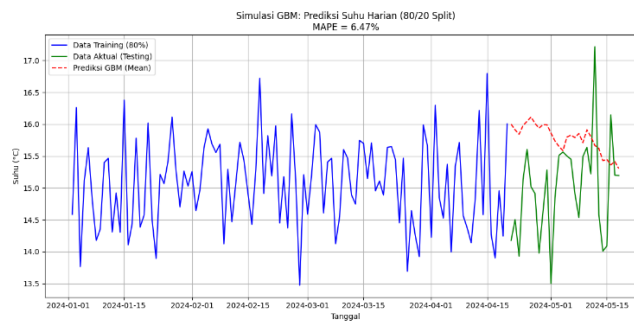
Persamaan GBM dalam bentuk diskrit adalah sebagai berikut:

$$S_{t+\Delta t} = S_t \cdot \exp \left[\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} \cdot Z_t \right] \quad (7)$$

Dengan:

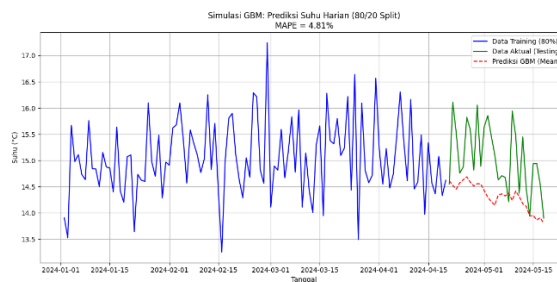
- S_t = nilai suhu pada waktu ke-t
- μ = rata-rata log return (drift)
- σ = standar deviasi log return (volatilitas)
- Δt = interval waktu (dalam penelitian ini $\Delta t = 1$ hari)
- Z_t = variabel acak yang berdistribusi normal standar $N(0,1)$

Dalam penelitian ini, simulasi dilakukan menggunakan 10 jalur (paths) Geometric Brownian Motion untuk merepresentasikan variasi stokastik dari suhu harian. Setiap jalur menggambarkan kemungkinan pergerakan suhu yang berbeda berdasarkan estimasi parameter drift (μ) dan volatilitas (σ) dari data historis. Nilai rata-rata dari seluruh jalur simulasi digunakan sebagai prediksi utama, yang kemudian dibandingkan dengan data aktual untuk mengukur tingkat akurasi model melalui perhitungan Mean Absolute Percentage Error (MAPE).



Gambar 3. Simulasi Suhu Harian Kota New York Menggunakan GBM

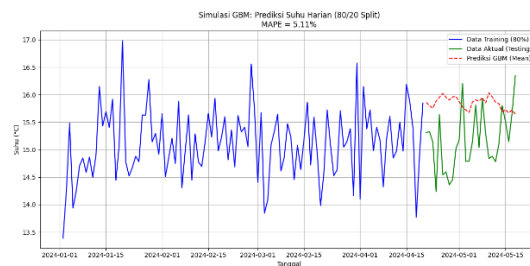
Gambar 3 menampilkan hasil simulasi Geometric Brownian Motion (GBM) terhadap data suhu harian Kota New York dengan pembagian data 80% untuk pelatihan (training) dan 20% untuk pengujian (testing). Berdasarkan grafik, data training (garis biru) memperlihatkan pola fluktuasi suhu yang dinamis dalam rentang sekitar $13,5^{\circ}\text{C}$ hingga 17°C , sedangkan data testing (garis hijau) digunakan sebagai acuan untuk mengukur kinerja prediksi model. Garis merah putus-putus menunjukkan hasil prediksi rata-rata dari 10 jalur simulasi GBM. Secara visual, hasil simulasi mengikuti tren perubahan suhu aktual dengan cukup baik, tanpa deviasi ekstrem dari pola aslinya. Nilai Mean Absolute Percentage Error (MAPE) sebesar 6,47% menunjukkan bahwa model memiliki tingkat akurasi yang baik dalam memprediksi suhu harian. Secara keseluruhan, hasil ini menunjukkan bahwa model GBM mampu menangkap karakteristik stokastik perubahan suhu di New York, di mana faktor acak dan tren harian dapat direpresentasikan dengan cukup akurat melalui pendekatan berbasis log-return. Simulasi ini memberikan gambaran probabilistik yang realistis terhadap kemungkinan variasi suhu pada periode berikutnya.



Gambar 4. Simulasi Suhu Harian Kota Chicago Menggunakan GBM

Gambar 4 memperlihatkan hasil simulasi Geometric Brownian Motion (GBM) pada data suhu harian Kota Chicago dengan pembagian data sebesar 80% untuk pelatihan (training) dan 20% untuk pengujian (testing). Berdasarkan grafik, data training (garis biru) menunjukkan fluktuasi suhu yang cukup tinggi dalam kisaran sekitar $13,5^{\circ}\text{C}$ hingga 17°C , menandakan adanya variasi harian yang lebih besar dibandingkan kota lain seperti Los Angeles. Hasil prediksi rata-rata dari 10 jalur simulasi GBM (garis merah putus-putus) terlihat mampu mengikuti pola perubahan data aktual (garis hijau) dengan

baik. Perbedaan antara nilai aktual dan hasil prediksi relatif kecil, yang tercermin dari nilai Mean Absolute Percentage Error (MAPE) sebesar 4,81%. Nilai ini menunjukkan tingkat akurasi yang sangat baik untuk model stokastik berbasis suhu harian. Secara keseluruhan, hasil simulasi ini menunjukkan bahwa model GBM dapat merepresentasikan dinamika suhu di Kota Chicago dengan efektif, termasuk menangkap volatilitas suhu yang cenderung lebih besar akibat pengaruh geografis wilayah tersebut. Model ini mampu memberikan proyeksi yang realistis terhadap kemungkinan perubahan suhu di periode berikutnya, sekaligus memperkuat validitas pendekatan stokastik dalam analisis iklim jangka pendek.



Gambar 5. Simulasi Suhu Harian Kota Los Angeles Menggunakan GBM

Gambar X menampilkan hasil simulasi Geometric Brownian Motion (GBM) terhadap data suhu harian di Kota Los Angeles dengan pembagian data sebesar 80% untuk pelatihan (training) dan 20% untuk pengujian (testing). Garis biru pada grafik menunjukkan data aktual pada periode pelatihan, sedangkan garis hijau menggambarkan data pengujian yang digunakan untuk validasi model. Hasil prediksi rata-rata dari 10 jalur simulasi GBM yang digambarkan dengan garis merah putus-putus menunjukkan pola yang konsisten dengan data aktual. Secara umum, model mampu mengikuti tren perubahan suhu dengan baik tanpa perbedaan signifikan terhadap pola observasi aktual. Nilai Mean Absolute Percentage Error (MAPE) sebesar 5,11% menunjukkan tingkat akurasi yang tinggi dan menegaskan kemampuan model dalam merepresentasikan dinamika suhu harian Los Angeles. Dibandingkan dengan kota lain, Los Angeles menunjukkan fluktuasi suhu yang relatif lebih stabil, sejalan dengan karakteristik iklim wilayah pesisir yang lebih konstan. Hasil ini memperkuat kesimpulan bahwa pendekatan Geometric Brownian Motion dapat secara efektif digunakan untuk memodelkan dan memprediksi variasi suhu harian, terutama pada wilayah dengan volatilitas yang tidak terlalu ekstrem.

4.4 Analisis Hasil Simulasi GBM

Gambar 3-5 memperlihatkan hasil simulasi GBM pada masing-masing kota. Garis biru menunjukkan data historis (training), hijau menggambarkan data aktual periode testing, dan merah putus-putus menampilkan hasil prediksi GBM. Secara visual, prediksi GBM mengikuti pola data aktual dengan baik. Meskipun terdapat variasi acak pada masing-masing jalur simulasi, arah pergerakan dan rentang suhu tetap konsisten dengan data

observasi. Hal ini menunjukkan bahwa model GBM mampu menangkap karakter stokastik suhu harian dengan baik, terutama dalam jangka pendek (20 hari ke depan). Untuk Kota New York, hasil simulasi menunjukkan pola suhu harian yang dinamis dengan kisaran sekitar $13,5^{\circ}\text{C}$ hingga 17°C . Nilai Mean Absolute Percentage Error (MAPE) sebesar 6,47% mengindikasikan bahwa model mampu memberikan hasil prediksi yang cukup akurat. Prediksi GBM mengikuti tren perubahan data aktual tanpa deviasi yang signifikan, menggambarkan bahwa model berhasil meniru karakter suhu yang fluktuatif namun stabil.

Pada Kota Los Angeles, hasil simulasi menunjukkan fluktuasi suhu yang lebih stabil dibandingkan kota lainnya. Rata-rata hasil prediksi GBM (garis merah putus-putus) mampu mengikuti pola aktual dengan baik dan menunjukkan nilai MAPE sebesar 5,11%, menandakan tingkat akurasi yang tinggi. Pola ini konsisten dengan karakter iklim Los Angeles yang cenderung lebih hangat dan tidak terlalu ekstrem.

Sementara itu, Kota Chicago menunjukkan tingkat volatilitas suhu yang lebih tinggi dibandingkan dua kota lainnya. Meskipun demikian, model GBM tetap mampu memprediksi tren suhu dengan baik, dengan nilai MAPE sebesar 4,81% yang menandakan performa prediksi yang sangat baik. Pola prediksi yang dihasilkan merepresentasikan perubahan suhu yang cepat dan bervariasi, sesuai dengan karakteristik geografis Chicago yang memiliki perubahan suhu harian lebih ekstrem.

Secara keseluruhan, hasil simulasi ketiga kota menunjukkan bahwa model Geometric Brownian Motion (GBM) dapat digunakan secara efektif untuk memodelkan dan memprediksi variasi suhu harian. Model ini tidak hanya mampu mengikuti tren umum perubahan suhu, tetapi juga merepresentasikan elemen stokastik dari fenomena iklim dengan cukup akurat.

4.5 Evaluasi Model GBM

Evaluasi dilakukan dengan menganalisis hasil parameter model Geometric Brownian Motion (GBM) yang diterapkan pada data suhu harian di tiga kota, yaitu New York, Los Angeles, dan Chicago. Parameter utama yang diamati meliputi nilai drift (μ), volatilitas (σ), dan Mean Absolute Percentage Error (MAPE) sebagai ukuran akurasi prediksi. Berdasarkan hasil perhitungan MAPE, seluruh kota menunjukkan tingkat akurasi prediksi yang tinggi, dengan nilai di bawah 10%, yaitu New York (6,47%), Los Angeles (5,11%), dan Chicago (4,81%). Nilai-nilai tersebut menandakan bahwa model GBM mampu memprediksi suhu harian dengan tingkat kesalahan yang sangat rendah.

Secara keseluruhan, hasil evaluasi menunjukkan bahwa model GBM bekerja dengan baik dalam menggambarkan dinamika suhu harian di berbagai kondisi iklim. Model ini tidak hanya berhasil meniru tren perubahan data aktual, tetapi juga mampu menangkap unsur stokastik yang memengaruhi variabilitas suhu harian. Dengan tingkat akurasi yang tinggi dan kemampuan adaptif terhadap perbedaan karakteristik antar kota, GBM dapat dianggap sebagai pendekatan yang efektif untuk analisis dan prediksi fenomena suhu berbasis waktu.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian, model Geometric Brownian Motion (GBM) terbukti efektif dalam memodelkan dan mensimulasikan fluktuasi suhu harian di Kota New York. Model ini mampu merepresentasikan unsur stokastik atau ketidakpastian alami pada data suhu dengan baik melalui dua parameter utama, yaitu drift (μ) dan volatilitas (σ). Hasil simulasi menunjukkan bahwa GBM dapat mengikuti tren data aktual dengan tingkat kesalahan rendah, ditunjukkan oleh nilai Mean Absolute Percentage Error (MAPE) di bawah 10% untuk seluruh kota yang diuji, yaitu New York (6,47%), Los Angeles (5,11%), dan Chicago (4,81%). Hal ini menegaskan bahwa pendekatan GBM efektif untuk prediksi suhu harian jangka pendek, terutama pada wilayah urban dengan tingkat fluktuasi tinggi. Secara keseluruhan, penelitian ini membuktikan bahwa model GBM dapat menjadi alat yang andal untuk analisis dan prediksi fenomena iklim berbasis waktu serta berpotensi dikembangkan untuk studi perubahan iklim dan manajemen risiko lingkungan di masa mendatang.

6. REKOMENDASI

Berdasarkan hasil penelitian, terdapat beberapa rekomendasi yang dapat menjadi dasar untuk pengembangan penelitian selanjutnya. Pertama, model Geometric Brownian Motion (GBM) dapat dikembangkan lebih lanjut dengan mengintegrasikan metode lain seperti Kalman Filter, Jump Diffusion, atau ARIMA untuk meningkatkan akurasi prediksi, terutama pada data suhu yang memiliki pola musiman kompleks. Kedua, penelitian berikutnya disarankan untuk menggunakan rentang data yang lebih panjang dan melibatkan beragam lokasi geografis agar hasil model lebih representatif terhadap variasi iklim global. Ketiga, integrasi model GBM dengan algoritma pembelajaran mesin seperti Long Short-Term Memory (LSTM) dapat menjadi pendekatan menarik untuk menangkap hubungan non-linear dalam data suhu.

7. REFERENSI [font size 11pt]

- Agista, F., Wijayanti, H., & Faridhan, Y. E. (2023). Penerapan Model GBM untuk Prediksi Harga Saham dan Nilai Risiko Kerugian Menggunakan Program R. *Jurnal EurekaMatika*, 11(1), 59–68. <https://doi.org/10.17509/jem.v11i1.57238>
- Amalia, S., Christyn, M., Banjarnahor, R. M., & Manihuruk, J. N. (2025). Prediksi Harga Saham dan Estimasi Risiko BBK Menggunakan Model Geometric Brownian Motion (GBM). *INNOVATIVE: Journal Of Social Science Research*, 5(2), 3207–3220.
- Edriani, T. S., Pasaribu, U. S., Afrianti, Y. S., & Astute, N. N. W. (2021). The geometric

- Brownian motion of indosat telecommunications daily stock price during the Covid-19 pandemic in Indonesia. *Journal of Physics: Conference Series*, 2084(1), 0–8. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2084/1/012012>
- Hanifah, A. N., & Maulana, D. A. (2024). Penerapan Model Geometric Brownian Motion Termodifikasi Kalman Filter Dalam Prediksi Nilai Tukar Rupiah Terhadap Dolar Amerika Serikat Dan Yuan China. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 12(3), 671–680. <https://doi.org/10.26740/mathunesa.v12n3.p671-680>
- Hersugondo, H., Ghozali, I., Handriani, E., Trimono, T., & Pamungkas, I. D. (2022). Price Index Modeling and Risk Prediction of Sharia Stocks in Indonesia. *Economies*, 10(1), 1–13. <https://doi.org/10.3390/economies10010017>
- Hunaifi, M. A., & Maulana, D. A. (2024). Penerapan Geometric Brownian Motion Yang Termodifikasi Kalman Filter (Gbm-Kf) Untuk Memprediksi Harga Emas. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 12(3), 714–725. <https://doi.org/10.26740/mathunesa.v12n3.p714-725>
- Jalaludin, P., Nuraini, A., & Rahman, A. (2024). Using Real Options and Geometric Brownian Motion Methods to Evaluate Petroleum Projects in Indonesia. *Jambura Journal of Mathematics*, 6(2), 243–248. <https://doi.org/10.37905/jjom.v6i2.26718>
- Khoir, N., Maruddani, D. A. I., & Ispriyanti, D. (2022). PREDIKSI HARGA SAHAM MENGGUNAKAN GEOMETRIC BROWNIAN MOTION WITH JUMP DIFFUSION DAN ANALISIS RISIKO DENGAN EXPECTED SHORTFALL (Studi Kasus: Harga Penutupan Saham PT. Waskita Karya Persero Tbk.). *Jurnal Gaussian*, 11(1), 153–162. <https://doi.org/10.14710/j.gauss.v11i1.33989>
- Lee, S. L., Liew, C. Y., Chen, C. K., & Voon, L. L. (2022). Geometric Brownian Motion-Based Time Series Modeling Methodology for Statistical Autocorrelated Process Control: Logarithmic Return Model. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 2022. <https://doi.org/10.1155/2022/4783090>
- Maruddani, D. A. I., Trimono, T., & Mas'ad, M. (2023). Implementation of Stochastic Model for Risk Assessment on Indonesian Stock Exchange. *Media Statistika*, 15(2), 151–162. <https://doi.org/10.14710/medstat.15.2.151-162>
- Maulana, D. A., Sofro, A., Ariyanto, D., Romadhonia, R. W., Oktaviarina, A., & Purnama, M. D. (2025). Stock Price Prediction and Simulation Using Geometric Brownian Motion-Kalman Filter: a Comparison Between Kalman Filter Algorithms. *Barekeng*, 19(1), 97–106. <https://doi.org/10.30598/barekengvol19iss1pp97-106>
- Nikmah Isnaeni Sakbaniyah, Rakhain Alyssa Humaira, M. Hadziq Rafli Fasya, Dave Ananda Osferi, Febby Dwi Kurniawati, & I Wayan Mangku. (2025). Analisis Perbandingan Kinerja Model Arima Dan Geometric Brownian Motion Untuk Prediksi Harga Saham Bbca. *MILANG Journal of Mathematics and Its Applications*, 21(1), 21–34. <https://doi.org/10.29244/milang.21.1.21-34>
- Putra, F. R., Yundari, Y., & Sulistianingsih, E. (2025). Pemodelan Geometric Brownian Motion Dan Perhitungan Risiko Dengan Adjusted Expected Shortfall Pada Saham Gold. *BIMASTER: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika Dan Terapannya*, 14(1), 93–102.

- Ramadhian Ningrum, A., & Seru, F. (2022). Penerapan Gerak Brown Geometrik Untuk Memprediksi Harga Saham PT. Astra International Tbk. Pada Masa Pandemi Covid-19. *J. Ris. & Ap. Mat*, 06(02), 93–104.
- Rasyidah, S. A., & Maulana, D. A. (2024). Prediksi Harga Saham Pt. Goto Gojek-Tokopedia Menggunakan Geometric Brownian Motion Termodifikasi Kalman Filter Dengan Konstrain. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 12(3), 704–713. <https://doi.org/10.26740/mathunesa.v12n3.p704-713>
- Rosihan, R., Nurhayati, I., & Aminda, R. S. (2022). Analisis Volatilitas Harga Saham Terhadap Indeks Harga Saham Gabungan (Ihsg) Periode Maret 2019 – Februari 2021. *Business Management Analysis Journal (BMAJ)*, 5(2), 175–188. <https://doi.org/10.24176/bmaj.v5i2.7667>
- Sari, R. K. N., Sutisna, W., Wororomi, M. J. M., & Tjahjono, V. R. (2023). Komparasi Model Gerak Brown Geometrik Termodifikasi dan Model Kecerdasan Buatan untuk Prediksi Harga Saham Sektor Kesehatan di Indonesia. *JST (Jurnal Sains Dan Teknologi)*, 12(2), 446–456. <https://doi.org/10.23887/jstundiksha.v12i2.48960>
- Tampubolon, B., Tarigan, F. V., Daulay, N. H., & Hani, A. (2025). Apple Stock Price Prediction Using Stochastic Model: A Geometric Brownian Motion Study. *Economic: Journal Economic and Business*, 4(2), 117–124.
- Zakaria, M. (2022a). PEMODELAN TEMPERATUR UDARA PERMUKAAN DENGAN MENGGUNAKAN GEOMETRIC BROWNIAN MOTION (STUDI KASUS WILAYAH MAKASSAR) gelombang antara 0 , 15-3 , 0 μm (Rifai et al ., 2014). Karena radiasi matahari merupakan radiasi energi dimanfaatkan oleh manusia (Hangg. *OJS*, 2, 238–250.
- Zakaria, M. (2022b). PEMODELAN TEMPERATUR UDARA PERMUKAAN DENGAN MENGGUNAKAN GEOMETRIC BROWNIAN MOTION (STUDI KASUS WILAYAH MAKASSAR) gelombang antara 0 , 15-3 , 0 μm (Rifai et al ., 2014). Karena radiasi matahari merupakan radiasi energi dimanfaatkan oleh manusia (Hangg. 2, 238–250.