

# Analisis Kesalahan dalam Menyelesaikan Soal Struktur Aljabar Berdasarkan Prosedur Newman dengan Representasi Graf Bipartite

Carolyn Dwija Novandini<sup>1\*</sup>, Andrian Runtius Lalang<sup>2</sup>, Indah Simamora<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Nusa Cendana, Kupang

<sup>2</sup> Statistika, FMIPA, Universitas San Pedro, Kupang

<sup>3</sup> Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Nusa Cendana, Kupang

\*carolin\_novandini@staf.undana.ac.id

Diterima: 28-11-2025; Direvisi: 11-12-2025; Dipublikasi: 21-12-2025

## Abstract

This study aims to analyze the types of errors made by students of the Mathematics Education Study Program in the Algebraic Structure course based on Newman's Theory. The research method used is descriptive qualitative research. The subjects of the study were 30 students who obtained test scores below 60. Data analysis was carried out interactively, according to Miles and Huberman, which consists of three activity flows in the form of data reduction, data presentation and conclusion drawing/verification. The data presentation uses bipartite graphs  $G_1(V_1, V_2)$  and  $G_2(V_1, V_2)$ , where  $V_1$  is the set of students,  $V_2$  is the set of error types according to Newman. The results show that in  $G_1(V_1, V_2)$ , the vertex with the highest degree is vertex T, meaning that the type of problem transformation error is most commonly found in as many as 10 people. While in  $G_2(V_1, V_2)$ , the vertex with the highest degree is vertex C, meaning that the error in understanding the problem is most commonly found in working on problem number 2 by as many as 19 people. Thus, some of the follow-up actions needed are strengthening in understanding more deeply the definitions and properties of Algebraic Structures (groups and rings), and the use of non-routine and varied questions.

**Keywords:** error analysis; Newman's theory; algebraic structure; mathematics education.

## Abstrak

Penelitian ini memiliki tujuan untuk menganalisis jenis kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika mata kuliah Struktur Aljabar berdasarkan Teori Newman. Metode penelitian yang digunakan adalah penelitian kualitatif deskriptif. Subjek penelitian adalah 30 orang mahasiswa yang memperoleh nilai tes dibawah 60. Analisis data dilakukan secara interaktif menurut Miles dan Huberman yang terdiri dari tiga alur kegiatan berupa reduksi data, penyajian data dan penarikan kesimpulan/verifikasi. Penyajian data menggunakan graf bipartit  $G_1(V_1, V_2)$  dan  $G_2(V_1, V_2)$  dengan  $V_1$  adalah himpunan mahasiswa, sedangkan  $V_2$  adalah himpunan jenis kesalahan menurut Newman. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pada  $G_1(V_1, V_2)$ , simpul dengan derajat tertinggi adalah simpul T artinya jenis kesalahan transformasi masalah (*transformation*) paling banyak ditemukan sebanyak 10 orang. Sedangkan pada  $G_2(V_1, V_2)$ , simpul dengan derajat tertinggi adalah simpul C artinya kesalahan memahami masalah (*comprehension*) paling banyak ditemukan pada pengerjaan soal nomor 2 sebanyak 19 orang. Dengan demikian beberapa tindak lanjut yang dibutuhkan adalah penguatan dalam memahami secara lebih mendalam definisi dan sifat-sifat pada Struktur Aljabar yakni pada grup dan ring dan penggunaan soal non rutin dan variatif.

**Kata Kunci:** analisis kesalahan; teori Newman; struktur aljabar; pendidikan matematika.

## 1. PENDAHULUAN

Struktur Aljabar menjadi salah satu mata kuliah penciri program studi Pendidikan Matematika, FKIP, Undana. Materi yang diberikan dalam mata kuliah ini adalah operasi biner, grup, ring, dan lapangan. Struktur aljabar memainkan peran yang sangat penting, khususnya dalam pengembangan konsep abstraksi dan generalisasi yang merupakan bagian yang sangat penting untuk penelitian aljabar lanjut (Wahyuni, 2016). Dengan demikian, mata kuliah ini menjadi salah satu mata kuliah yang penting untuk dipelajari para mahasiswa calon guru matematika.

Struktur aljabar merupakan bagian dari ilmu matematika yang mempelajari struktur pada aljabar seperti grup, ring, lapangan, modul, ruang vektor. Struktur aljabar berfokus pada sistem yang abstrak dan aksiomatik, yakni pada definisi, teorema, dan akibat berupa pernyataan yang abstrak. Mahasiswa dituntut menggunakan penalarannya dengan menerapkan definisi, teorema, dan akibat yang diberikan. Tidak terdapat perhitungan pada suatu soal Struktur Aljabar, melainkan menuntut pembuktian dari suatu pernyataan yang diberikan. Penalaran aljabar menjadi modal bagi mahasiswa dalam bidang ini, penalaran aljabar adalah proses berpikir logis untuk mencari dan mengenali pola dari suatu situasi tertentu kemudian membuat kesimpulan berupa generalisasi (perumuman) atas ide-ide matematika terkait situasi tersebut (Purwaningtyas, 2021).

Agar penalaran aljabar dapat diterapkan, mahasiswa juga perlu memiliki pengetahuan dasar yang cukup baik, salah satunya adalah dapat menyebutkan dan menjelaskan sifat-sifat dari berbagai himpunan bilangan. Tuntutan pada hal ini yang menyebabkan mahasiswa mengalami kendala dalam memahami materi Struktur Aljabar. Mahasiswa belum terbiasa menggunakan penalaran aljabar yang menuntut mereka memahami makna dari setiap bagian pernyataan. Akibatnya, tidak sedikit mahasiswa yang menuliskan kembali informasi yang diberikan dengan salah. Selain itu, mahasiswa cenderung terpaku pada contoh soal yang diberikan, dan mengalami kesulitan dalam mengerjakan soal baru yang sebenarnya memiliki kemiripan dengan contoh soal. Masih banyak jenis kesalahan yang dilakukan saat mengerjakan soal Struktur aljabar.

Jenis-jenis kesalahan yang dilakukan dapat diidentifikasi menggunakan prosedur Newman. White dalam Visitasari (2013) dalam (Novandini, 2018) menyatakan metode Newman pertama kali dikembangkan oleh Anne Newman pada tahun 1977. Analisis Newman merupakan metode analisis bagaimana cara mahasiswa memecahkan suatu masalah, bagaimana mahasiswa berusaha menjawab sebuah permasalahan, maka mahasiswa telah melewati serangkaian rintangan berupa tipe-tipe kesalahan menurut Newman, yaitu 1) membaca masalah (*reading*). Ketika mahasiswa membaca sebuah teks, maka oleh pembaca akan direpresentasikan sesuai dengan pemahamannya terhadap apa yang dibacanya; 2) memahami masalah (*comprehension*). Mahasiswa dikatakan mampu

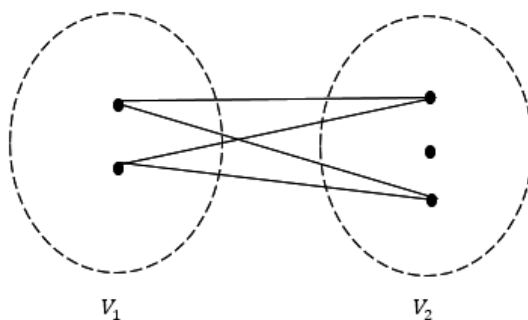
memahami masalah, jika mahasiswa mengerti maksud dari sebuah kalimat yang terdapat dalam soal yang diberikan; 3) transformasi masalah (*transformation*). Pada tipe ini mahasiswa mencoba mencari hubungan antara fakta (yang diketahui) dan yang ditanyakan; 4) keterampilan memproses (*process skill*). Mahasiswa diminta mengimplementasikan rancangan pemecahan masalah pada tipe transformasi masalah untuk menghasilkan sebuah solusi yang diinginkan; dan 5) penulisan jawaban (*encoding*). Pada tipe ini, mahasiswa dikatakan telah mencapai tahap penulisan jawaban apabila mahasiswa dapat menuliskan jawaban yang ditanyakan secara tepat.

Menurut Kapur & Ghose (2018), jenis kesalahan menurut Newman terdiri atas *Reading* (membaca): jika pelajar kesulitan membaca kata atau simbol, maka kesalahan tersebut dapat menyebabkan kesulitan bagi pelajar. Simbol-simbol matematika terkadang dapat disalahpahami karena tampilannya yang mirip, seperti '+' atau '÷', atau pelajar mungkin tidak menyadari simbol matematika yang digunakan dalam konteks tersebut. *Comprehension* (pemahaman): pelajar mengalami kesulitan dalam memahami pada dua tingkat. Pemahaman umum mengharuskan pelajar untuk memahami keseluruhan pernyataan dari pertanyaan. Arti istilah dan simbol tertentu juga harus jelas bagi pelajar agar dapat melanjutkan ke langkah berikutnya dalam menyelesaikan pertanyaan. *Transformation* (transformasi): setelah pemahaman, langkah berikutnya adalah memilih proses matematika yang tepat untuk menyelesaikan soal yang diberikan. Oleh karena itu, jenis kesalahan ini disebut 'kesalahan transformasi'. Ketiga tahap di atas merupakan jenis kesalahan dengan persentase paling besar dilakukan pelajar. *Process* (proses): pelajar tidak mampu menjalankan prosedur atau algoritma yang dibutuhkan untuk menyelesaikan soal yang kini tersedia dalam bentuk matematika. Kesalahan pada tahap ini dapat terjadi jika pelajar menggunakan algoritma yang salah. Seperti kesalahan yang disebabkan oleh kesalahpahaman terkait peminjaman dalam pengurangan. *Encoding*: kesimpulan dengan bahasa matematika. Manurung dalam (Sitorus et al., 2025) menyatakan bahwa *Newman's Error Analysis* (NEA) merupakan prosedur yang digunakan untuk memahami serta menelaah bagaimana mahasiswa merespons suatu permasalahan dalam soal.

Jenis-jenis kesalahan yang ditemukan pada penyelesaian soal mata kuliah Struktur Aljabar berupa penerapan teori matematika dasar pada pembuktian automorfisma yakni menganalisis tabel titik bantu yang menunjukkan adanya sifat surjektif dan injektif. Dengan kata lain, mahasiswa mengabaikan sistem abstraksi dan definisi automorfisma. Selain itu, adanya kesalahan mengaitkan masalah yang diberikan dengan ilmu yang telah dipelajari, yakni mahasiswa cenderung menuliskan kembali penyelesaian contoh soal yang memiliki perbedaan bentuk dengan masalah pada soal. Terdapat pula kesalahan mendasar yakni tidak mampu menyederhanakan masalah matematika seperti  $-x = -y$  menjadi  $x = y$ .

Dalam melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal, seorang mahasiswa memiliki kemungkinan untuk melakukan beberapa jenis kesalahan dan memiliki kemungkinan pula untuk melakukan jenis kesalahan yang sama secara berulang. Hal ini dapat direpresentasikan dengan graf bipartit yang menunjukkan hubungan antara himpunan mahasiswa dengan himpunan jenis kesalahan menurut Newman. Penggunaan Graf Bipartit dalam konteks penelitian Pendidikan Matematika belum banyak dieksplorasi terutama untuk menunjukkan pola kesalahan secara visual dan sistemik.

Graf  $G$  yang himpunan simpulnya dikelompokkan menjadi dua himpunan bagian  $V_1$  dan  $V_2$ , sedemikian sehingga setiap sisi di dalam  $G$  menghubungkan sebuah simpul di  $V_1$  ke sebuah simpul di  $V_2$  disebut graf bipartit dan dinyatakan dengan  $G(V_1, V_2)$ . Dengan kata lain, setiap simpul di  $V_1$  (demikian pula dengan simpul-simpul di  $V_2$ ) tidak bertetangga seperti yang ditunjukkan pada **Gambar 1**. Derajat suatu simpul (*vertex*) pada graf tak-berarah adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut (Munir, 2010).



**Gambar 1.** Graf Bipartit  $G(V_1, V_2)$

Hasil belajar mahasiswa Pendidikan Matematika semester IV kelas B tahun akademik 2024/2025, Undana pada mata kuliah struktur aljabar sangat rendah. Hanya terdapat 10 dari 40 mahasiswa memperoleh nilai lebih dari 60. Hal ini menjadi perhatian sekaligus upaya penulis dalam memperbaiki proses pembelajaran. Dengan demikian, dalam penelitian ini, penulis ingin menganalisis jenis-jenis kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa Pendidikan Matematika, semester IV tahun akademik 2024/2025 dalam menyelesaikan soal homomorfisma grup dan ring.

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengidentifikasi jenis-jenis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal materi homomorfisma grup dan ring. Penelitian ini diharapkan menjadi petunjuk sekaligus pegangan penulis dalam menemukan solusi yang dapat diterapkan pada perkuliahan di tahun selanjutnya serta dapat diterapkan pada pengembangan modul ajar struktur aljabar.

## 2. METODE PELAKSANAAN

Penelitian ini menerapkan jenis penelitian kualitatif deskriptif. Data diambil secara langsung dari sumber. Prosedur penelitian berupa penyampaian materi terkait struktur grup materi homomorfisma grup dan ring. Selanjutnya, subjek diberikan soal tes untuk mengukur pemahaman terkait materi yang diberikan. Hasil pengukuran pemahaman atau tes akan dianalisis melalui reduksi data yakni pekerjaan mahasiswa akan dikelompokkan berdasarkan jenis kesalahan menurut Newman dan direpresentasikan menjadi Graf Bipartit. Subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa program mata kuliah struktur aljabar, semester IV kelas B tahun akademik 2024/2025 Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Nusa Cendana berjumlah 40 orang. Analisis akan dilakukan pada hasil pekerjaan mahasiswa dengan perolehan nilai dibawah 60 sebanyak 30 orang.

Metode pengumpulan data dalam penelitian ini adalah tes uraian. Instrumen yang digunakan adalah soal tes akhir terkait grup materi homomorfisma dan ring. Tes terdiri dari 2 soal uraian yang diberikan saat UAS. Proses validasi soal dilakukan oleh dua dosen ahli bidang aljabar. Analisis data dilakukan secara interaktif menurut Miles dan Huberman yang terdiri dari tiga alur kegiatan berupa reduksi data (*data reduction*), penyajian data (*data display*) dan penarikan kesimpulan/verifikasi (*conclusion drawing/verification*) (Sugiyono, 2008).

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Soal yang diberikan terdiri atas 2 nomor soal. Soal nomor 1 menuntut jawaban pembuktian suatu pemetaan pada struktur grup memenuhi syarat homomorfisma yang bijektif. Suatu pemetaan  $f$  dari grup  $(G, *)$  ke  $(G_1, *_1)$  disebut homomorfisma yang bijektif jika  $\forall a, b \in G, f(a * b) = f(a) *_1 f(b) \wedge f(a) = f(b) \Rightarrow b \wedge \forall c \in G_1, \exists a \in G$  sehingga  $f(a) = c$  (Malik et al., 1983). Sedangkan soal nomor 2 menuntut kemampuan membaca dan memaknai Tabel Cayley sehingga menemukan elemen satuan atau identitas pada perkalian, elemen pembagi nol, dan elemen unit. Ring  $R$  disebut ring dengan elemen satuan jika  $R$  mempunyai elemen satuan terhadap perkalian dan elemen unit, yaitu terdapat  $1_R \in R$  sehingga  $\forall r \in R$  berlaku  $r1_R = r$  dan  $\exists q \in R$  sehingga  $r \cdot q = q \cdot r = 1_R$ . Sedangkan  $R$  memiliki elemen pembagi nol jika  $\forall r \neq 0_R \in R, \exists q \neq 0_R$  sehingga  $r \cdot q = q \cdot r = 0_R$  (Wahyuni, 2016).

Berikut jenis-jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal struktur aljabar menurut Newman:

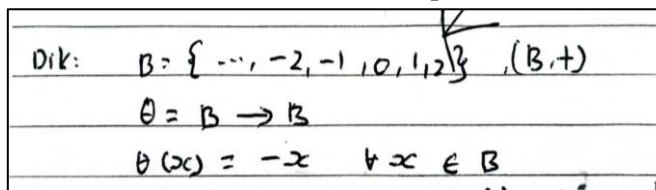
### 1. Membaca masalah (*reading*)

Pada penyelesaian soal yang telah dilakukan oleh mahasiswa, terdapat kesalahan dalam membaca masalah (*reading*) yang diuraikan pada **Tabel 1**.

**Tabel 1.** Kesalahan Mahasiswa Jenis *Reading*

Nomor 1	Nomor 2
1. Menulis definisi himpunan tidak tepat yakni $B = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2\}$ .	Mahasiswa tidak mengerjakan soal nomor 2.
2. Menuliskan anggota himpunan B tidak lengkap pada tabel cayley yaitu $-2, -1, 0, 1, 2$ .	

**Gambar 2** merupakan contoh kesalahan *reading* yang dilakukan mahasiswa. Pada gambar, mahasiswa tidak menuliskan definisi himpunan B sesuai soal yang diberikan.



**Gambar 2.** Contoh kesalahan *reading* M49

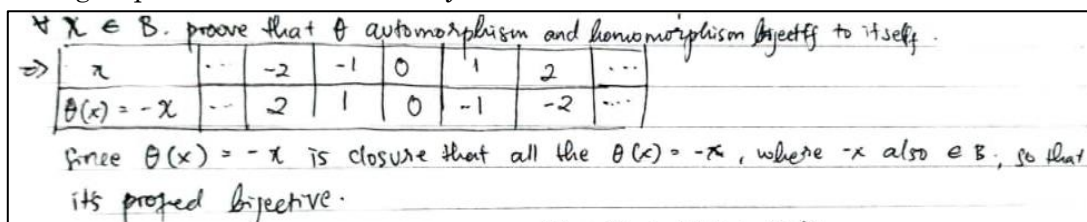
2. Memahami masalah (*comprehension*)

Pada penyelesaian soal yang telah dilakukan oleh mahasiswa, terdapat kesalahan dalam memahami masalah (*comprehension*) yang diuraikan pada **Tabel 2**.

**Tabel 2.** Kesalahan Mahasiswa Jenis *Comprehension*

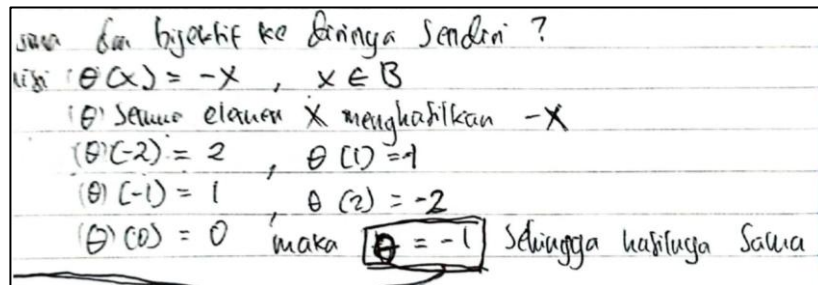
Nomor 1	Nomor 2
1. Menuliskan kembali definisi pemetaan yang berbeda dengan soal yakni $\theta(x) = B^*$ , $\forall x \in B$ .	1. Diberikan pemahaman bahwa terdapat elemen pembagi nol tanpa adanya penjelasan lebih lanjut berdasarkan Tabel Cayley yang diberikan.
2. Menerjemahkan soal berdasarkan teori fungsi dan relasi secara mendasar dengan tabel bantu, tidak secara aljabar.	2. Sifat komutatif pada operasi penjumlahan dibuktikan kembali.
3. Menunjukkan pembuktian B merupakan grup yang sudah diketahui.	3. Tidak menemukan representasi nol atau elemen identitas operasi penjumlahan pada Tabel Cayley.
4. Menerjemahkan $\theta$ sebagai variabel.	4. Membuktikan himpunan B memenuhi sifat ring.
5. Menuliskan definisi injektif yakni akan dibuktikan $x = y$ atau $\theta(x) = \theta(y)$ .	5. Menyatakan himpunan B sebagai himpunan bilangan real.

Pada **Gambar 3**, mahasiswa menyelesaikan soal yakni menunjukkan sifat injektif dan surjektif menurut teori kalkulus. Sedangkan soal menuntut penyelesaian secara abstrak atau dengan prosedural Struktur Aljabar.



**Gambar 3.** Contoh kesalahan *comprehension* soal nomor 1 oleh M121

Pada **Gambar 4**, mahasiswa melakukan pembuktian dengan menggunakan beberapa elemen pada himpunan  $B$ . Pembuktian ini belum tepat sebab tidak menyatakan bahwa sifat tersebut berlaku untuk seluruh elemen  $B$ . Pembuktian definisi abstrak dengan prosedural Struktur Aljabar harus menggunakan sembarang elemen.



**Gambar 4.** Contoh kesalahan *comprehension* soal nomor 2 oleh M53

### 3. Transformasi masalah (*transformation*)

Pada penyelesaian soal yang telah dilakukan oleh mahasiswa, terdapat kesalahan dalam transformasi masalah (*transformation*) yang diuraikan pada **Tabel 3**.

**Tabel 3.** Kesalahan Mahasiswa Jenis *Transformation*

Nomor 1	Nomor 2
1. Mentransformasi definisi injektif yakni $\forall a, b \in A, f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$ menjadi $\forall x, y \in B, f(x) = -f(y) \Rightarrow x = -y$ .	1. Menyatakan nol sebagai anggota dari ring yang diberikan.
2. Pengambilan sembarang $a, b, c, d$ anggota $B$ untuk membuktikan homomorfisma.	2. Menyatakan definisi pada Tabel Cayley sebagai operasi pada himpunan bilangan.
3. Pemisalan $a = -1, b = -2$ untuk menunjukkan homomorfisma.	3. Menunjukkan pembuktian teorema yang tidak diminta pada soal.
4. Mentransformasikan $x = a, \theta(a) = -2a, 2 \in B$ .	4. Menunjukkan terdapat pembagi nol dengan memberikan counter example yang tidak sesuai himpunan $B$ .
5. Mentransformasikan $f(a) = -x$ .	5. Pembuktian dengan pemisalan bilangan tidak dilakukan secara umum.

Pada **Gambar 5**, mahasiswa mengubah definisi pemetaan  $\theta: B \rightarrow B, \theta(x) = -x, \forall x \in B$  menjadi  $\forall a \in B, \theta(a) = 2a, 2 \in B$ .

• Homomorfisma  
 Misalkan  $x = a$ , maka:  
 $(B, +) \theta : B \rightarrow B, \forall a \in B, \theta(a) = -2a$  dengan  $2 \in B$   
 $\theta(a+b) = -2(a+b)$   
 $= -2a + 2b$   
 $= \theta(a) + \theta(b) \therefore$

Gambar 5. Contoh kesalahan *transformation* M164. Keterampilan memproses (*process skill*)

Pada penyelesaian soal yang telah dilakukan oleh mahasiswa, terdapat kesalahan dalam keterampilan memproses (*process skill*) yang diuraikan pada **Tabel 4**.

**Tabel 4.** Kesalahan Mahasiswa Jenis *Process Skill*

Nomor 1	Nomor 2
1. Melanjutkan langkah $f(a) = f(b)$ menjadi $(-x)a = (-x)b$ .	1. Tidak membuktikan sifat komutatif secara umum
2. Menuliskan definisi homomorfisma untuk menunjukkan injektif.	2. Memberikan syarat daerah integral tanpa membuktikannya.
3. Tidak membuktikan surjektif.	3. Menunjukkan bentuk tabel Cayley berdasarkan susunan diagonal tetapi tidak mengaitkan dengan permintaan soal.
4. Melanjutkan langkah $\theta(x+y) = -x-y$ menjadi $\theta(x+y) = -x \cdot -y$ .	

Pada **Gambar 6**, mahasiswa memberikan penjelasan berdasarkan susunan diagonal pada tabel Cayley namun belum menjawab permintaan soal.

Daerah integral tidak mempunyai pembagi nol  
 Lapangan yang termasuk didalamnya Ring komutatif; Ring Satuan dan memiliki invers  
 Maka berdasarkan tabel tersebut  $R$  mempunyai memiliki diagonal  $a$   
 pada tabel dengan operasi penjumlahan namun pada operasi  $*$  tidak memiliki diagonal yang sama  
 pada tabel tersebut ada yang ketika dioperasikan menghasilkan dirinya misal:  $a * a = a, a * b = a$  dst.  
 $a + a = a, b + b = a, c + c = a, d + d = a$

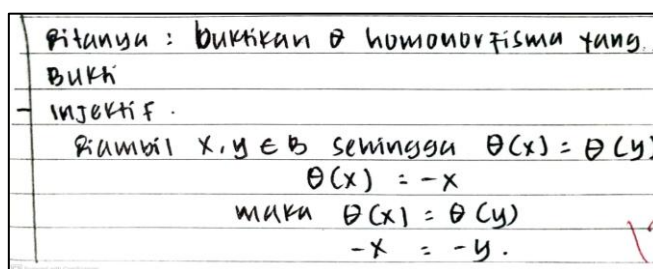
Gambar 6. Contoh kesalahan *process skill* M535. Penulisan jawaban (*encoding*)

Pada penyelesaian soal yang telah dilakukan oleh mahasiswa, terdapat kesalahan dalam penulisan jawaban (*encoding*) yang diuraikan pada **Tabel 5**.

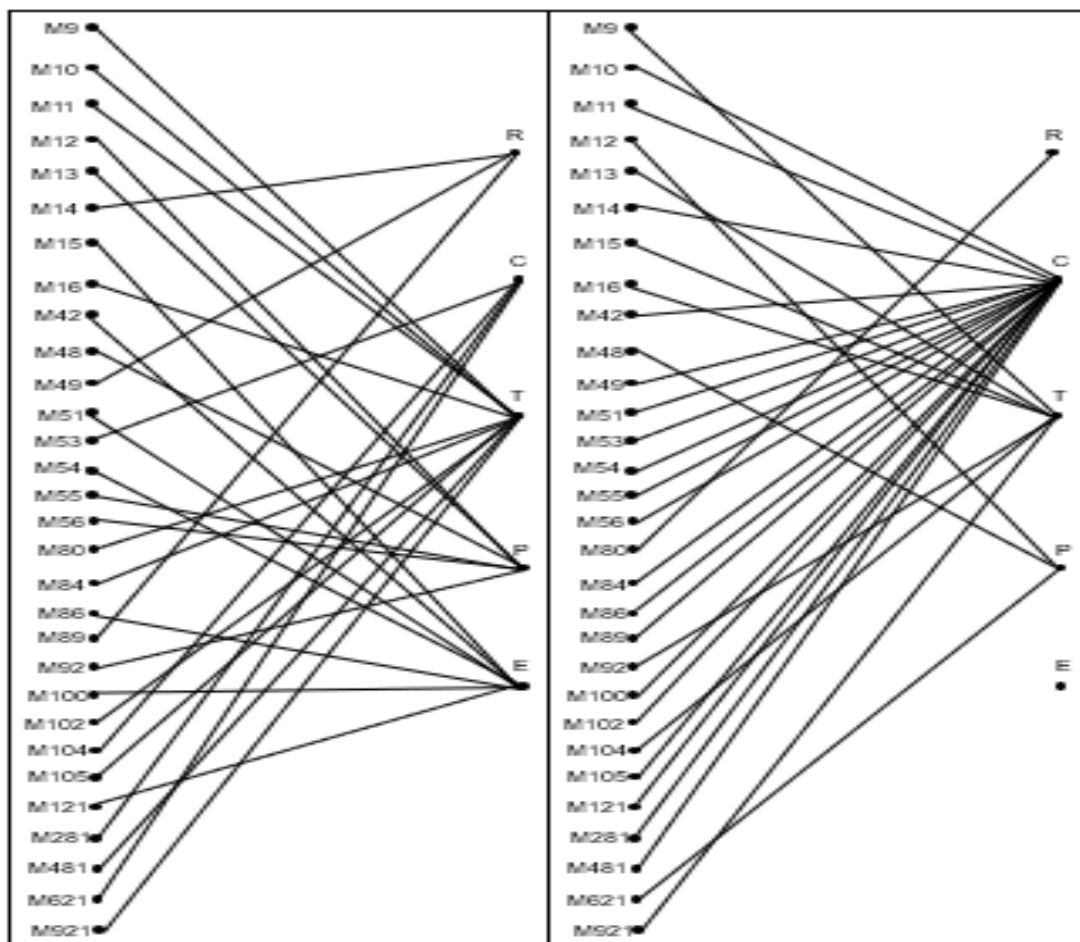
**Tabel 5.** Kesalahan Mahasiswa Jenis *Encoding*

Nomor 1	Nomor 2
1. Tidak memberikan kesimpulan pada pembuktian surjektif.	Tidak terdapat kesalahan jenis ini pada jawaban mahasiswa.
2. Tidak menyelesaikan $-x = -y$ menjadi $x = y$ .	
3. Tidak mengerjakan soal.	
4. Tidak memberikan kesimpulan homomorfisma dengan jelas.	

Pada **Gambar 7**, mahasiswa tidak menuliskan kesimpulan atau validasi atas jawaban yang telah diuraikan. Langkah pengerjaan dapat dilanjutkan dengan menyatakan  $x = y$  sehingga terbukti  $\theta$  bersifat injektif.

**Gambar 7.** Contoh kesalahan *encoding* M48

**Gambar 12** dan **Gambar 13** menunjukkan representasi hubungan himpunan jenis-jenis kesalahan menurut Newman dan himpunan mahasiswa yang memperoleh nilai kurang dari 60 dalam Graf Bipartit. Dalam penelitian ini, graf bipartit dijadikan sebagai alat visualisasi dan analisis yang efisien dalam mengubah data kualitatif kesalahan-kesalahan yang dilakukan mahasiswa menjadi bukti terstruktur yang mendukung perbaikan pembelajaran. Himpunan mahasiswa dinyatakan dengan  $V_1$  dan himpunan jenis kesalahan menurut Newman dinyatakan dengan  $V_2$ . Graf hubungan mahasiswa dengan jenis kesalahan yang dilakukan pada soal nomor 1 dinotasikan dengan  $G_1(V_1, V_2)$ , sedangkan pada soal nomor 2 dinotasikan dengan  $G_2(V_1, V_2)$ .



Gambar 12.  $G_1(V_1, V_2)$

Gambar 13.  $G_2(V_1, V_2)$

Tabel 6. Derajat simpul pada  $G_1(V_1, V_2)$  &  $G_2(V_1, V_2)$ .

$v, \forall v \in V_2$	Degree ( $\deg(v)$ , $\forall v \in V_2$ )	
	$G_1(V_1, V_2)$	$G_2(V_1, V_2)$
R	3	1
C	4	19
T	10	7
P	6	3
E	7	0
Total sisi (edge)	30	30

Tabel 6 menunjukkan banyaknya derajat dari setiap simpul jenis kesalahan Newman ( $V_2$ ). Total derajat dari suatu simpul  $v$  menunjukkan banyak mahasiswa yang melakukan kesalahan  $v$ . Berdasarkan Tabel 6, dapat diketahui bahwa jenis kesalahan Newman yang paling banyak dilakukan mahasiswa pada pengerjaan soal nomor 1 adalah jenis kesalahan transformasi masalah (*transformation*), dilanjutkan dengan jenis kesalahan penulisan jawaban (*encoding*), proses (*process skill*), memahami masalah (*comprehension*) dan membaca masalah (*reading*). Sedangkan jenis kesalahan yang paling banyak dilakukan mahasiswa pada pengerjaan nomor 2 adalah jenis kesalahan

memahami masalah (*comprehension*) dilanjutkan dengan jenis kesalahan transformasi masalah (*transformation*), proses (*process skill*), dan membaca masalah (*reading*).

Kesalahan transformasi masalah yang dilakukan mahasiswa pada soal nomor 1 antara lain kesalahan dalam pengambilan sembarang anggota himpunan  $B$ , kesalahan dalam mendefinisikan sifat injektif, dan kesalahan dalam mendefinisikan pemetaan  $\theta$  yang tidak sesuai dengan soal yang diberikan. Sedangkan kesalahan memahami masalah yang dilakukan mahasiswa pada soal nomor 2 antara lain melakukan pembuktian ring yang tidak diperlukan, mengganti himpunan yang diberikan dengan himpunan bilangan real, dan dalam mengidentifikasi elemen identitas.

Kesalahan dalam membaca masalah (*reading*) terlihat pada penulisan kembali soal seperti menuliskan kembali anggota himpunan. Hal ini bisa disebabkan oleh pemahaman terkait konsep himpunan yang rendah yakni menemukan makna dari simbol titik-titik (...) pada  $B = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ , simbol tersebut memberi makna bahwa himpunan  $B$  memiliki anggota dengan kardinalitas tak hingga sehingga anggota himpunan yang tidak dituliskan direpresentasikan dengan simbol titik-titik (...). Kesalahan ini cukup sederhana yang menunjukkan penguasaan teori dasar matematika (Murtiyasa & Wulandari, 2020; Rahmawati & Ikashaum, 2021). Untuk mengatasi masalah ini, diperlukan tes diagnostik untuk mengidentifikasi tingkat penguasaan mahasiswa terhadap teori dasar matematika (Ardi et al., 2025; Sinaga et al., 2025).

Kesalahan dalam memahami masalah (*comprehension*) yang paling banyak dilakukan mahasiswa adalah melakukan pembuktian grup atau ring secara lengkap, hal ini tidak perlu dilakukan karena telah diketahui pada soal. Selain itu, terdapat mahasiswa yang memahami bahwa penyelesaian soal Struktur Aljabar dapat dilakukan menurut teori Matematika Dasar yakni membuat tabel bantu berisi pasangan titik  $x$  dan  $\theta(x)$ . Hal ini menunjukkan bahwa kurangnya tingkat ketelitian dalam membaca soal, atau kurangnya pemahaman dalam memaknai soal yang diberikan. Dengan demikian, diperlukan lebih banyak latihan soal yang menuntut mahasiswa memaknai setiap pernyataan yang diberikan pada soal secara tepat dan lengkap.

Kesalahan dalam transformasi masalah (*transformation*) disebabkan oleh kurangnya tingkat ketelitian dalam menulis definisi atau tidak mengetahui definisi yang sesuai, pemahaman yang kurang pada cara pengambilan sembarang anggota himpunan atau pembuktian secara umum tanpa pemisalan, pemahaman yang kurang pada konsep pemetaan dan dalam menyebutkan anggota himpunan, serta pemahaman yang kurang pada penggunaan *counter example* atau contoh penyangkal. Untuk mengatasi kesalahan ini, perlu dilakukan penanaman konsep, istilah, beserta makna dari setiap konsep dan kapan digunakan dalam penyelesaian soal. Penanaman konsep bisa berupa lebih banyak contoh soal dan latihan yang berfokus pada konsep dan istilah yang sedang dipelajari (Hidaya et al., 2025).

Kesalahan dalam proses (*process skill*) disebabkan oleh penguasaan konsep dasar yang kurang, seperti dalam operasi pada pemetaan atau fungsi dan penyederhanaan bentuk aljabar. Selain itu, kurangnya pemahaman pada cara menerjemahkan makna dari Tabel Cayley yang diberikan. Kesalahan pada konsep dasar juga dapat disebabkan oleh proses pengerjaan soal yang terburu-buru sehingga tingkat ketelitian berkurang (Dwiguningtyas et al., 2025). Untuk mengurangi kesalahan ini, perlu dilakukan uji pemahaman atau diagnostik pada konsep dasar yang paling sering digunakan dalam konsep Struktur Aljabar. Dengan demikian, dapat dilakukan kegiatan mengulang dan meninjau kembali materi dasar yang masih sulit dipahami oleh mahasiswa.

Kesalahan dalam penulisan jawaban (*encoding*) dilakukan karena penulisan kesimpulan sering dianggap tidak sangat diperlukan dalam proses menyelesaikan suatu soal. Kesalahan dalam penulisan jawaban biasanya mahasiswa tidak menggunakan simbol matematika, tidak menuliskan argumen secara formal, dan jawaban ditulis dalam bentuk naratif yang tidak mencerminkan proses pembuktian matematis (Wardana et al., 2025). Penulisan jawaban di akhir penyelesaian soal diperlukan untuk memperjelas dan memvalidasi bahwa jawaban yang diberikan sesuai dengan arahan pada soal.

#### 4. SIMPULAN

Refleksi berdasarkan kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa penting untuk dilakukan sebagai langkah efektif dalam mempelajari suatu konsep abstrak. Dengan dilakukan refleksi berdasarkan kesalahan, dosen pengampu dituntut untuk memperhatikan metode pengajaran yang telah diterapkan. Dosen dapat memberikan perhatian lebih pada kebutuhan mahasiswa berdasarkan jenis kesalahan yang dilakukan, dimulai dengan penguatan konsep dan soal yang variatif yang menekankan prosedural Struktur Aljabar. Selain itu, perlu memperhatikan tahap awal penyelesaian soal yang dilakukan mahasiswa yakni membaca soal dan memahami masalah yang menuntut pemahaman mendalam pada soal, diperlukan pula pemahaman mendalam pada definisi dan sifat-sifat abstrak untuk meminimalisir kesalahan pada transformasi masalah dan pada tahap proses.

#### 5. REFERENSI

- Ardi, I. M. M., Azeka, A. U., & Zuliana, E. (2025). Analisis Pemecahan Masalah Matematis Siswa Berdasarkan Teori Polya pada Materi Domain Data. *JagoMIPA: Jurnal Pendidikan Matematika Dan IPA*, 5(4), 1348–1362.
- Dwiguningtyas, A. A., Kusumaningrum, B., Agustito, D., Istiqomah, I., Arigiyati, T. A., & Ayuningtyas, A. D. (2025). Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita Sistem Persamaan Linear Dua Variabel. *Wacana Akademika: Majalah Ilmiah Kependidikan*, 9(2), 155–165.
- Hidaya, A. R., Fuadiah, N. F., & Surmilasari, N. (2025). Membaca Pola Berpikir Matematis Siswa: Pemahaman Konsep Perbandingan di Sekolah Dasar. *Jurnal Riset Dan Inovasi Pembelajaran*, 5(2), 786–805.

- Kapur, V., & Ghose, S. (2018). *Dynamic Learning Spaces in Education*. Springer.
- Malik, D. ., Mordeson, J. N., & Sen, M. . (1983). Fundamentals of Abstract Algebra. In *Mathematics in Science and Engineering* (Vol. 166, Issue C, pp. 303–320). [https://doi.org/10.1016/S0076-5392\(08\)60691-8](https://doi.org/10.1016/S0076-5392(08)60691-8)
- Munir, R. (2010). *Matematika Diskrit (Revisi Keempat)*. Informatika Bandung, 281–308.
- Murtiyasa, B., & Wulandari, V. (2020). Analisis kesalahan siswa materi bilangan pecahan berdasarkan teori Newman. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 9(3), 713–726.
- Novandini, C. D. (2018). Analisis Kesalahan Siswa Kelas X Smk Negeri 1 Cangkringan Tahun Ajaran 2017/2018 Dalam Menyelesaikan Soal Trigonometri. Universitas Sanata Dharma.
- Purwaningtyas, K. (2021). Penalaran Aljabar Siswa Smp Dalam Menyelesaikan Soal Pola Bilangan. *Jurnal Penelitian Pendidikan Matematika Dan Sains*, 4(1), 41. <https://doi.org/10.26740/jppms.v4n1.p41-49>
- Rahmawati, R., & Ikshaum, F. (2021). Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal pemecahan masalah matematika berdasarkan teori Newman. *Hipotenusa Journal of Research Mathematics Education (HJRME)*, 4(2), 102–113.
- Sinaga, D., Silalahi, L. G. L., Saing, N. M. T., & Manurung, S. L. (2025). Analisis Kesalahan Mahasiswa Pendidikan Matematika dalam Memahami dan Menyelesaikan Soal Induksi Matematika pada Materi Pengantar Grup berdasarkan Toeri Kastolan. *SCIENCE: Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika Dan IPA*, 5(1), 350–362.
- Sitorus, G. E., Sibarani, K., Samosir, M. I., Manurung, H. C., & Simanullang, M. C. (2025). Analisis Kesalahan Mahasiswa Pendidikan Matematika Dalam Menyelesaikan Soal Deret Tak Hingga Berdasarkan Teori Kastolan. *Mandalika Mathematics and Educations Journal*, 7(2), 343–355. <https://doi.org/10.29303/jm.v7i2.8970>
- Sugiyono. (2008). *Metode Penelitian Pendidikan: Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R & D*.
- Wahyuni, S. (2016). *Teori Ring dan Modul*. 250.
- Wardana, A., Angraini, S., Putri, I., Manik, R. S., & Simanullang, M. C. (2025). Analisis Kesalahan Mahasiswa Pendidikan Matematika dalam Menyelesaikan Soal Materi Kelengkapan Bilangan Real menggunakan Pendekatan Newman. *Jurnal Pembelajaran Dan Matematika Sigma (JPMS)*, 11(1), 44–50.